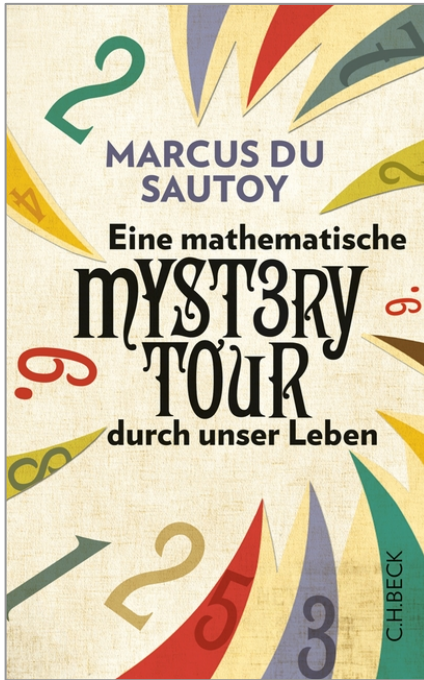


Unverkäufliche Leseprobe



Marcus du Sautoy
Eine mathematische Mystery Tour
durch unser Leben

Aus dem Englischen von Stephan Gebauer.
318 Seiten, Gebunden
ISBN: 978-3-406-62192-5

Einleitung

Ist der Klimawandel eine Tatsache? Wird unser Sonnensystem irgendwann auseinanderfliegen? Ist meine Kreditkartennummer sicher, wenn ich sie im Internet angebe? Wie kann ich im Kasino die Bank besiegen?

Seit der Mensch imstande ist, sich mitzuteilen, stellt er Fragen und versucht, künftige Ereignisse vorauszusehen und seine Umwelt in den Griff zu bekommen. Das wirkungsvollste Instrument, das der Mensch entwickelt hat, um sich in dieser wilden und komplexen Welt zurechtzufinden, ist die Mathematik.

Von der Voraussage der Flugbahn eines Fußballs bis zur Prognose des Wachstums einer Lemmingpopulation, vom Codeknacken bis zur richtigen Strategie bei *Monopoly*: Die Mathematik liefert die Instrumente, mit denen wir die Geheimnisse der Natur lüften können. Aber die Mathematiker kennen noch längst nicht alle Lösungen. Es sind noch viele grundlegende Fragen zu beantworten.

In diesem Buch werden wir eine Rundreise durch die wichtigsten Forschungsgebiete der Mathematik unternehmen, und am Ende jedes Kapitels werde ich ein mathematisches Geheimnis beschreiben, das bisher niemand lüften konnte. Hier handelt es sich um einige der großen ungelösten Probleme der Wissenschaft.

Derjenige, der eines dieser mathematischen Rätsel lösen kann, wird nicht nur Ruhm ernten, sondern auch zu Reichtum gelangen. Der amerikanische Unternehmer Landon Clay bietet jedem, der eines dieser mathematischen Geheimnisse lüftet, eine Prämie von einer Million Dollar an. Vielleicht scheint es Ihnen sonderbar, dass ein Unternehmer ein derart hohes Preisgeld für die Lösung mathematischer Probleme auslobt. Nun, Landon Clay hat begriffen, dass die Entwicklung von Wissenschaft, Technologie und Wirtschaft, ja sogar die Zukunft

unseres Planeten von der Mathematik abhängt. In jedem Kapitel dieses Buchs wird eines dieser Eine-Million-Dollar-Probleme behandelt.

In Kapitel 1 (*Der merkwürdige Fall der nie endenden Primzahlen*) werden wir uns mit dem grundlegenden Objekt der Mathematik beschäftigen: mit der Zahl. Wir werden die Primzahlen kennen lernen, die nicht nur die wichtigsten, sondern auch die rätselhaftesten Zahlen sind. Ein Preisgeld von einer Million Dollar wartet auf denjenigen, der die Geheimnisse der Primzahlen lüften kann.

In Kapitel 2 (*Die Geschichte der schwer greifbaren Form*) unternehmen wir eine Entdeckungsreise ins Reich der sonderbaren und wunderbaren Formen, die die Natur hervorgebracht hat. Und am Ende dieser Reise stellen wir uns die größte Frage: Welche Form hat das Universum?

In Kapitel 3 (*Das Geheimnis der Glückssträhne*) werden wir sehen, dass uns die mathematische Logik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung in manchen Spielen einen Vorteil verschaffen können. Wenn Sie gerne um Spielgeld oder echte Scheine spielen, kann Ihnen die Mathematik oft dabei helfen, als Sieger vom Tisch aufzustehen. Aber es gibt einige einfache Spiele, die bis heute auch den klügsten Köpfen Rätsel aufgeben.

Das Thema des vierten Kapitels (*Die Sache mit dem nicht zu entschlüsselnden Code*) ist die Kryptographie. Die Mathematik hat schon oft entscheidend zu den Bemühungen beigetragen, geheime Botschaften zu entschlüsseln. Ich werde Ihnen auch erklären, wie mit Hilfe der Mathematik neue Codes entwickelt werden, die den sicheren Datenaustausch über das Internet und das Verschicken von Botschaften durch den Weltraum ermöglichen und uns sogar in die Lage versetzen können, die Gedanken unserer Freunde zu lesen.

Kapitel 5 ist einer Kunst gewidmet, die wir alle gerne beherrschen würden: der Vorhersage der Zukunft. Ich werde erklären, warum mathematische Gleichungen am besten geeignet sind, die Zukunft vorauszusagen. Dank der Mathematik wissen wir, wann es zur nächsten Sonnenfinsternis kommen wird. Anhand von Gleichungen können wir erklären, warum ein Bumerang zum Werfer zurückkehrt, und anhand von Gleichungen können wir auch in die Zukunft unseres Planeten schauen. Aber einige dieser Gleichungen können wir noch

immer nicht lösen. Am Ende des Kapitels stoßen wir auf das Problem der Turbulenz, das sich auf die Freistöße David Beckhams ebenso auswirkt wie auf den Flug eines Flugzeugs. Dennoch ist die Turbulenz bis heute eines der großen mathematischen Rätsel.

Die mathematischen Themen, mit denen wir uns beschäftigen werden, reichen von ganz einfachen bis zu sehr komplizierten Fragen. Die Probleme, die ich am Ende jedes Kapitels beschreibe, sind derart komplex, dass bisher niemand imstande gewesen ist, sie zu lösen. Aber ich bin fest davon überzeugt, dass die wichtigen mathematischen Konzepte allen Menschen nahegebracht werden sollten. Unsere Begeisterung für die Literatur wird geweckt, wenn wir Shakespeare oder Thomas Mann begegnen. Die Liebe zur Musik entdecken wir, wenn wir zum ersten Mal Mozart oder Miles Davis hören. Mozart selbst zu spielen ist schwierig; Shakespeares Dramen können selbst für den erfahrenen Leser anstrengend sein. Aber das bedeutet nicht, dass die Werke dieser großen Künstler Kennern vorbehalten bleiben sollten. Dasselbe gilt für die Mathematik. Wenn Ihnen die Mathematik in diesem Buch teilweise mühsam erscheint, sollten Sie einfach das genießen, was Sie verstehen, und sich daran erinnern, was Sie empfanden, als Sie zum ersten Mal Shakespeare lasen.

In der Schule lernen wir, dass die Mathematik von grundlegender Bedeutung für unser Leben ist. In diesem Buch möchte ich die Mathematik zum Leben erwecken und Ihnen zeigen, was einige der größten Mathematiker bis heute entdeckt haben. Und ich möchte Ihnen die Chance geben, sich mit den klügsten Köpfen der Geschichte zu messen und sich an einigen jener Probleme zu versuchen, die von den Mathematikern bis heute nicht gelöst werden konnten. Ich hoffe, dass Sie bei der Lektüre dieses Buches feststellen werden, dass die Mathematik wirklich grundlegend für alles ist, was wir um uns herum sehen und in unserem Leben tun.

1

Der merkwürdige Fall der nie endenden Primzahlen

1, 2, 3, 4, 5, ... das sieht ganz einfach aus: Man fügt 1 hinzu und erhält die folgende Zahl. Doch mit gravierenden Folgen: Ohne Zahlen wären wir verloren. Inter Mailand gegen Bayern München: Wer hat gewonnen? Keine Ahnung. Beide Mannschaften haben Tore geschossen. Möchte jemand in diesem Buch etwas nachschlagen? Der Abschnitt, in dem ich erkläre, wie man im Lotto gewinnen kann, findet sich irgendwo in der Mitte des Buches. Und dann ist da natürlich die Lotterie selbst: ohne Zahlen undenkbar. Es ist wirklich verblüffend: Ohne die Sprache der Zahlen könnten wir uns in der Welt nicht zurechtfinden.

Selbst das Leben der Tiere ist ohne Zahlen nicht denkbar. Ob sich eine Gruppe von Tieren für den Kampf mit einer anderen Gruppe entscheidet oder die Flucht ergreift, hängt davon ab, ob ihr die Gegner zahlenmäßig über- oder unterlegen sind. Der Überlebensinstinkt ist teilweise auf mathematische Fähigkeiten angewiesen, und doch verbirgt sich hinter der scheinbaren Einfachheit der Zahlenfolge eines der größten Geheimnisse der Mathematik.

2, 3, 5, 7, 11, 13, ... Dies sind die Primzahlen, die unteilbaren Zahlen, die wir als Bausteine aller anderen Zahlen kennen. Sie sind der Wasserstoff und der Sauerstoff der mathematischen Welt. Sie sind die Protagonisten der Geschichte der Zahlen, wie Edelsteine über das unendliche Reich der Zahlen verstreut.

Doch trotz ihrer Bedeutung zählen die Primzahlen bis heute zu den faszinierendsten Rätseln, auf die der Mensch im Streben nach Wissen gestoßen ist. Wir wissen bis heute nicht, wie wir Primzahlen

aufspüren können. Anscheinend gibt es keine Zauberformel, mit deren Hilfe wir imstande wären, von einer dieser Zahlen zur nächsten zu gelangen. Niemand besitzt eine Karte, auf der die Fundstellen dieser Schätze eingetragen wären, die an abgelegenen Orten in der Welt der Zahlen vergraben sind.

In diesem Kapitel werden wir erfahren, was bisher über diese so besonderen Zahlen bekannt ist. Im Verlauf unserer Reise durch das Reich der Primzahlen werden wir entdecken, wie verschiedene Kulturen versucht haben, diese Zahlen festzuhalten und einzuordnen, und wie große Musiker den synkopischen Rhythmus der Primzahlen für ihre Kompositionen genutzt haben. Wir werden sehen, warum die Primzahlen verwendet werden, um Kontakt zu Außerirdischen aufzunehmen, und wie sie dabei helfen, vertrauliche Daten im Internet zu verschlüsseln. Am Ende des Kapitels werden wir uns mit einem mathematischen Geheimnis der Primzahlen beschäftigen, das denjenigen, der es lüften kann, zu einem reichen Mann macht. Aber bevor wir uns einem der größten Rätsel der Mathematik zuwenden, wollen wir versuchen, eines der großen numerischen Geheimnisse unserer Zeit zu lüften.

Warum wählte Beckham das Trikot mit der Nummer 23?

Als David Beckham im Jahr 2003 zu Real Madrid wechselte, gab es zahlreiche Spekulationen über die Frage, warum er sich entschlossen hatte, im «weißen Ballett» mit der Nummer 23 aufzulaufen. Viele hielten seine Entscheidung für sonderbar, da er sowohl in seinem bisherigen Verein Manchester United als auch in der englischen Nationalmannschaft stets die Nummer 7 getragen hatte. Doch bei Real Madrid war die 7 bereits vergeben. Es war die Nummer Raúl's, und der spanische Publikumsliebling dachte überhaupt nicht daran, sein Trikot an den schillernden Star aus England abzutreten.

In den britischen Medien wurden zahlreiche Theorien über Beckhams Beweggründe aufgestellt. Besonders beliebt war die «Michael-Jordan-Theorie». Real Madrid wollte in den Vereinigten Staaten Fuß fassen und sich einen Happen des riesigen amerikanischen Trikot-

markts sichern. Aber Fußball ist in den USA eine Randsportart. Die Amerikaner lieben Basketball und Baseball, Spiele mit hohen Punkteständen wie 100:98, bei denen es immer einen Sieger gibt. Die amerikanischen Sportfans verstehen nicht, was für einen Sinn ein Spiel haben soll, das 90 Minuten dauert und 0:0 endet.

Die Anhänger der Jordan-Theorie erklärten, Real Madrid habe Marktstudien durchgeführt und herausgefunden, dass Michael Jordan, der erfolgreichste Korbjäger in der Geschichte der Chicago Bulls, der weltweit bekannteste Basketballspieler war. Und dieser legendäre Sportler hatte während seiner gesamten Laufbahn die Nummer 23 getragen. Also gelangten die Marketingexperten von Real Madrid zu der Überzeugung, dass sie lediglich die 23 auf die Rückseite eines Fußballtrikots drucken und darauf hoffen mussten, dass die Assoziation mit Michael Jordan Wunder wirken und dem erfolgreichsten Verein in der Geschichte des Fußballs den amerikanischen Markt öffnen würde.

Andere hielten diese Interpretation für zynisch, schlugen gleichzeitig jedoch eine noch zwielichtigere Theorie vor: Julius Cäsar wurde mit 23 Dolchstößen ermordet. War Beckhams Trikotwahl ein böses Omen? Wieder andere glaubten, Beckhams Entscheidung habe etwas mit seiner Vorliebe für *Star Wars* zu tun (in der ersten Episode wird Prinzessin Leia im Inhaftierungsblock AA23 gefangen gehalten). Oder hatte sich der Fußballer insgeheim den Diskordianisten angeschlossen, einer Sekte, die das Chaos verehrt und eine kabbalistische Vorliebe für die Zahl 23 hat?

Mir kam eine eher mathematische Lösung für das Rätsel in den Sinn. Die 23 ist eine Primzahl, das heißt eine Zahl, die nur durch sich selbst und durch 1 teilbar ist. Die 17 und die 23 sind Primzahlen, weil sie nicht als Produkt der Multiplikation von kleineren Zahlen geschrieben werden können. Die 15 hingegen ist keine Primzahl, denn sie ergibt sich aus der Multiplikation von 3 und 5. Die Primzahlen sind die wichtigsten Zahlen in der Mathematik, da alle anderen ganzen Zahlen Produkte der Multiplikation dieser grundlegenden Zahlen sind.

Nehmen wir beispielsweise die Zahl 105. Offenkundig ist sie durch 5 teilbar. Wir können schreiben: $105 = 5 \times 21$. Die 5 ist eine Primzahl, eine unteilbare Zahl, aber für die 21 gilt das nicht: Sie ist das Ergebnis von 3×7 . Daher können wir die Zahl 105 auch so schreiben: $3 \times 5 \times 7$.

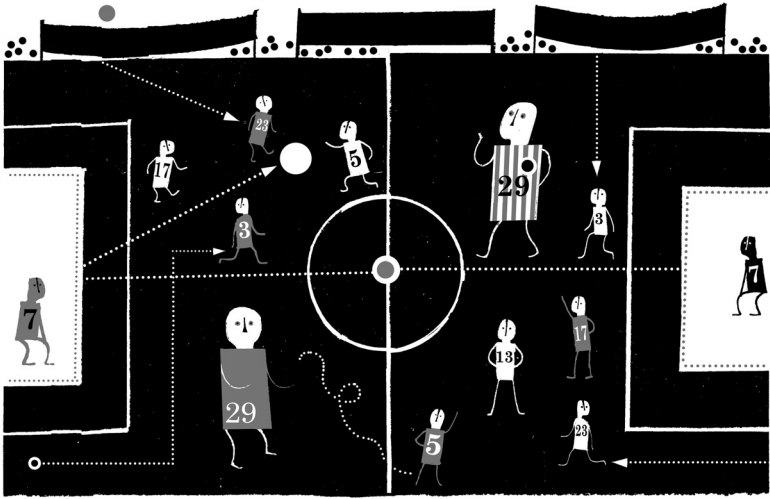


Abbildung 1.01

Aber weiter kann man 105 nicht teilen. Mit dem Rückgang auf die Primzahlen haben wir die 105 in ihre unteilbaren Bestandteile zerlegt. Dasselbe können wir mit allen anderen Zahlen tun, denn jede Zahl ist entweder eine Primzahl und damit unteilbar, oder sie ist keine Primzahl und lässt sich in kleinere unteilbare Zahlen zerlegen, die miteinander multipliziert werden, um diese Zahl zu erhalten.

Die Primzahlen sind die Bausteine, aus denen alle anderen Zahlen zusammengesetzt werden. So wie sich die Moleküle aus Atomen von Elementen wie Wasserstoff und Sauerstoff oder Natrium und Chlor zusammensetzen, setzen sich alle Zahlen aus Primzahlen zusammen. Die Zahlen 2, 3 und 5 sind in der Welt der Mathematik das, was Wasserstoff, Helium und Lithium in der Welt der Chemie sind. Deshalb sind die Primzahlen die wichtigsten Zahlen für die Mathematik. Aber nicht nur für die Mathematik. Auch für Real Madrid sind sie offensichtlich wichtig.

Als ich einen genaueren Blick auf die Zusammensetzung der Mannschaft des königlichen Klubs warf, kam mir der Verdacht, dass dort vielleicht ein Mathematiker auf der Trainerbank saß. Bei einer

kurzen Analyse stellte sich heraus, dass sämtliche *Galácticos*, das heißt die großen Stars im Aufgebot des erfolgreichsten Fußballvereins der Welt, eine Primzahl auf dem Trikot trugen: Roberto Carlos (der wichtigste Baustein der Verteidigung) trug die Nummer 3. Zinedine Zidane (das Herz des Mittelfelds) hatte die Nummer 5. Raúl und Ronaldo (die Grundbestandteile des Angriffs) trugen die Nummern 7 und 11. So erhielt Beckham zwangsläufig eine Primzahl, und diese Rückennummer wuchs ihm rasch ans Herz. Als er zu Los Angeles Galaxy wechselte, bestand er darauf, seine Primzahl mitzunehmen, um das amerikanische Sportpublikum für die Schönheit des Fußballspiels zu begeistern.

Aus dem Mund eines Mathematikers, der eigentlich einen logischen, analytischen Verstand haben sollte, klingt das womöglich vollkommen irrational, aber ich trage in meiner Fußballmannschaft *Recreativo Hackney* ebenfalls eine Primzahl auf dem Rücken, weshalb ich mich dem Mann mit der Nummer 23 verbunden fühlte. Meine Hobbymannschaft ist nicht ganz so groß wie Real Madrid, weshalb wir kein Trikot mit der Nummer 23 haben. Also wählte ich die 17, die, wie wir später noch sehen werden, eine sehr reizvolle Primzahl ist. Unsere erste Saison in der 2. Division der London Super Sunday League verlief nicht triumphal. Wir beendeten die Meisterschaft abgeschlagen auf dem letzten Platz. Dennoch schafften wir den Klassenerhalt, da es unterhalb dieser Liga keine weitere mehr gibt, weshalb wir nicht absteigen konnten. Für uns konnte es also nur aufwärts gehen.

Aber wie konnten wir uns verbessern? Hatte Real Madrid vielleicht ein Geheimnis entdeckt – hatte es vielleicht einen psychologischen Vorteil, Primzahlen als Rückennummern zu verwenden? Vielleicht trugen zu viele von uns Trikots ohne Primzahlen, etwa 8, 10 oder 15. Daher überredete ich meine Mannschaftskameraden, in der zweiten Saison die Ausrüstung zu wechseln. Von nun an gingen wir alle mit einer Primzahl auf dem Trikot ins Spiel: 2, 3, 5, 7 ... bis 43. Und wir machten eine wundersame Wandlung durch. Wir stiegen tatsächlich in die 1. Division auf. Allerdings fanden wir rasch heraus, dass Primzahlen nur eine Saison lang halten: Wir stiegen direkt wieder ab, und gegenwärtig sind wir auf der Suche nach einer neuen mathematischen Theorie, um unsere Siegchancen zu erhöhen.

Sollte der Torhüter von Real Madrid die Rückennummer 1 tragen?

Wenn die Schlüsselspieler von Real Madrid Primzahlen auf dem Rücken haben, welche Nummer sollte dann der Torhüter tragen? Oder, um die Frage mathematisch zu formulieren: Ist die 1 eine Primzahl? Die Antwort lautet: Ja und nein. (Hier haben wir eine jener mathematischen Fragen, die Schüler lieben – beide Antworten sind richtig.) Vor 200 Jahren stand die 1 noch in den Primzahlentabellen. Schließlich ist sie unteilbar, das heißt, sie selbst ist die einzige ganze Zahl, durch die sie geteilt werden kann. Allerdings hat sich mittlerweile die Ansicht durchgesetzt, dass die 1 keine Primzahl ist, da die wichtigste Eigenschaft der Primzahlen darin besteht, dass sie die Bausteine sind, aus denen alle anderen Zahlen zusammengesetzt sind. Multipliziert man eine Zahl mit einer Primzahl, so erhält man eine neue Zahl. Für die 1 gilt das nicht. Sie ist zwar nicht teilbar, aber wenn ich eine beliebige Zahl mit 1 multipliziere, so erhalte ich stets dieselbe Zahl. Daher wurde die 1 aus der Liste der Primzahlen gestrichen, die nun mit der 2 beginnt.

Natürlich waren die Verantwortlichen von Real Madrid nicht die Ersten, die den Reiz der Primzahlen entdeckten. Aber welche Kultur war die Erste, die den Wert dieser Zahlen erkannte? Waren es die alten Griechen? Die Chinesen? Die Ägypter? Tatsächlich war der Entdecker der Primzahlen kein Mathematiker, sondern ein sonderbares kleines Insekt.

[...]