

Jürgen Zeitler  
Günter Simon

# PHYSIK für Techniker



8., aktualisierte Auflage



HANSER

## Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystem (SI)

Größe	Symbol (Formelzeichen)	Einheit	Kurzzeichen der Einheit
Länge	$l$	Meter	m
Zeit	$t$	Sekunde	s
Masse	$m$	Kilogramm	kg
Elektrische Stromstärke	$I$	Ampere	A
Temperatur	$T$	Kelvin	K
Lichtstärke	$I, I_v$	Candela	cd

## Vorsatzzeichen für Teile und Vielfache von Einheiten und ihre Bedeutung

Vorsatz	Zeichen	Bedeutung	Vorsatz	Zeichen	Bedeutung
Dezi	d	$10^{-1}$	Deka	da	10
Zenti	c	$10^{-2}$	Hekto	h	$10^2$
Milli	m	$10^{-3}$	Kilo	k	$10^3$
Mikro	$\mu$	$10^{-6}$	Mega	M	$10^6$
Nano	n	$10^{-9}$	Giga	G	$10^9$
Piko	p	$10^{-12}$	Tera	T	$10^{12}$
Femto	f	$10^{-15}$	Peta	P	$10^{15}$
Atto	a	$10^{-18}$	Exa	E	$10^{18}$

## Häufig vorkommende Umrechnungen von Einheiten

Größe	Umrechnung
Fläche	$1 \text{ ha} = 10^4 \text{ m}^2$
Volumen	$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
Geschwindigkeit	$1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 1/3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,2778 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Winkel	$57,296^\circ = 1 \text{ rad}; 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$
Masse	$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$
Zeit	$1 \text{ h} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$
Frequenz, Drehfrequenz, Drehzahl	$1 \text{ min}^{-1} = 1/60 \text{ s}^{-1} = 0,01667 \text{ s}^{-1}$
Arbeit, Energie	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ $1 \text{ eV} = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Druck	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa} = 10^3 \text{ hPa} = 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa} = 10^2 \text{ Pa} = 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} = 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$
Temperatur	$\vartheta/^\circ\text{C} = T/\text{K} + 273,15$
Spezifischer elektrischer Widerstand	$1 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1} = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$
Elektrische Ladung	$1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{s} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ C}$

## Abgeleitete SI-Einheiten mit eigenen Namen

Einheiten- zeichen	Einheit	Größe	Physikalische Beziehung zu den SI-Einheiten
A	Ampere	elektrische Stromstärke	Basiseinheit
Bq	Becquerel	Aktivität	$1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$
C	Coulomb	elektrische Ladung	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$
°C	Grad Celsius	Temperatur	$0 \text{ °C} = 273,15 \text{ K}$
F	Farad	elektrische Kapazität	$1 \text{ F} = 1 \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1}$
Gy	Gray	Energiedosis	$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$
H	Henry	Induktivität	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1}$
Hz	Hertz	Frequenz	$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$
J	Joule	Energie, Arbeit	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$
K	Kelvin	Temperatur	Basiseinheit
N	Newton	Kraft	$1 \text{ N} = 1 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
Ω	Ohm	elektrischer Widerstand	$1 \text{ Ω} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$
Pa	Pascal	Druck, Spannung	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$
S	Siemens	elektrischer Leitwert	$1 \text{ S} = 1 \text{ Ω}^{-1}$
Sv	Sievert	bewertete Dosis	$1 \text{ Sv} = 1 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$
T	Tesla	magnetische Flussdichte	$1 \text{ T} = 1 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$
V	Volt	elektrische Spannung	$1 \text{ V} = 1 \text{ W} \cdot \text{A}^{-1}$
W	Watt	Leistung	$1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$
Wb	Weber	magnetischer Fluss	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}$

## Physikalische Konstanten (gerundet)

Bezeichnung	Größe = Zahlenwert · Einheit
Atommassenkonstante	$m_u = 1 \text{ u} = 1,660\,539 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
AVOGADRO-Konstante	$N_A = 6,022\,140 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
BOLTZMANN-Konstante	$k = 1,380\,65 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Elektronenmasse (Ruhmasse)	$m_e = 9,109\,384 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Elektron, relative Atommasse	$A_{re} = 0,548\,580 \cdot 10^{-3}$
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,854\,188 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Elementarladung	$e = 1,602\,177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Fallbeschleunigung (Normwert)	$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Gaskonstante, molare	$R = 8,314\,5 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Gravitationskonstante	$G = 6,674\,1 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2,997\,245\,8 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
LOSCHMIDT-Konstante	$n_0 = 2,686\,78 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 1,256\,637 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Molares Volumen	$V_m = 22,413\,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$
Neutronenmasse (Ruhmasse)	$m_n = 1,674\,93 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Neutron, relative Atommasse	$A_{rn} = 1,008\,665$
PLANCKSches Wirkungsquantum	$h = 6,626\,070 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Protonenmasse (Ruhmasse)	$m_p = 1,672\,622 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Proton, relative Atommasse	$A_{rp} = 1,007\,276$
Standard-Atmosphärendruck	$p_{st} = 101\,325 \text{ Pa}$
STEFAN-BOLTZMANN-Konstante	$\sigma = 5,670\,4 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
WIEN-Konstante	$b = 2,897\,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

---

*Jürgen Zeitler*  
*Günter Simon*  
PHYSIK  
für Techniker



---

*Jürgen Zeitler • Günter Simon*

# PHYSIK

## für Techniker

8., aktualisierte Auflage  
Mit 486 Bildern, 203 Beispielen, 26 Tabellen  
und 328 Aufgaben mit Lösungen



**Fachbuchverlag Leipzig**  
im Carl Hanser Verlag

---

**Dr. rer. nat. Jürgen Zeitler, Magdeburg**  
**Dipl.-Phys. Günter Simon, Apolda**

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-446-44953-4

E-Book-ISBN 978-3-446-44955-8



Einbandbild: Teil einer Windkraftanlage Enercon E-70 / 2 300 kW (Foto: Christian Klettke)

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag

© 2016 Carl Hanser Verlag München

[www.hanser-fachbuch.de](http://www.hanser-fachbuch.de)

Lektorat: Philipp Thorwirth

Herstellung: Katrin Wulst

Druck und Bindung: Firmengruppe Appl, aprinta druck Wemding

Printed in Germany

# VORWORT

Die Aus- und Fortbildung in einem technischen Beruf macht es erforderlich, die Schulkenntnisse in Physik aufzufrischen, zu erweitern und zu vertiefen. Das vorliegende Buch soll dafür eine Hilfe darstellen. Es soll aber auch den Lesern als Grundlage dienen, die sich zusätzlich während und nach der Schulzeit mit physikalischen Erscheinungen und Gesetzen beschäftigen wollen oder müssen.

Die Autoren haben versucht, wichtige physikalische Gesetzmäßigkeiten im Hinblick auf technische Anwendungen in anschaulicher, leicht verständlicher Weise zu vermitteln. Dieses Anliegen wird durch viele Bilder und Beispiele unterstützt. Anstelle umfangreicher Ableitungen werden die in „Formeln“ zum Ausdruck kommenden physikalischen Inhalte ausführlich erläutert sowie die Abhängigkeiten und Zusammenhänge diskutiert, die in ihnen enthalten sind. Dabei konnte auf Erfahrungen aus 35-jähriger Lehrtätigkeit in der Ingenieurausbildung zurückgegriffen werden.

Dem Leser dieses Buches bieten sich umfangreiche Übungsmöglichkeiten durch zahlreiche Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Zu jeder Aufgabe werden die allgemeinen und die speziellen Lösungen, deren Zahlenwerte sinnvoll gerundet wurden, angegeben. Anleitung zum Lösen von physikalischen Aufgaben geben die Beispiele im Text. Diese zeigen, wie die in einer Aufgabe gestellten Probleme erkannt, Lösungsansätze aufgestellt und Ergebnisse gefunden werden.

Für Anregungen zur Verbesserung des Buches sind wir dankbar. Allen Leserinnen und Lesern des Buches wünschen wir Erfolg bei der beruflichen Entwicklung. Möge dabei „Physik für Techniker“ von Nutzen sein.

Autoren und Verlag



## Hinweise

In der Randspalte finden Sie neben vielen Abbildungen und Tabellen auch die Bezeichnungen der wichtigen Gesetze und Gleichungen. An manchen Stellen steht wie hier zusätzlicher Text.

### Beispiele und Aufgaben:

In solchen Kästen finden Sie vollständig durchgerechnete *Beispiele* zur Erläuterung der Gesetze und Gleichungen. Die ausführlichen *Musterlösungen* vermitteln dabei die typischen Lösungsideen, Lösungsstrategien und Lösungswege für solche Probleme.

Im Anhang finden Sie Aufgaben zum Üben, in deren Lösungsteil zur Kontrolle jeweils Ansatz, allgemeine und spezielle Lösung angegeben sind.

Am Anfang jedes Kapitels stehen Fragen und Probleme zum nachfolgenden Text, am Ende jedes Kapitels stehen *Zusammenfassungen*. Sie sollen das Verständnis prüfen sowie vertiefen.



# INHALTSVERZEICHNIS

## TECHNIK UND PHYSIK

<b>1</b>	<b>Physikalische Größen und Einheiten</b>	11
1.1	Größenarten und Größen	11
1.2	Einheiten und Internationales Einheitensystem (SI)	12
1.3	Größengleichungen	13
1.4	Länge, Fläche und Volumen	14
1.5	Zeit	15

## MECHANIK

<b>2</b>	<b>Kinematik</b>	16
2.1	Kinematik der Punktmasse	17
2.1.1	Bewegung auf gerader Bahn	18
2.1.1.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung	18
2.1.1.2	Gleichförmige Bewegung	22
2.1.1.3	Gleichmäßig beschleunigte Bewegung	24
2.1.1.4	Freier Fall	28
2.1.1.5	Relativität der Bewegung und Überlagerung von Bewegungen	29
2.1.2	Bewegung auf der Kreisbahn	32
2.1.2.1	Periodendauer und Frequenz	32
2.1.2.2	Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung	33
2.1.2.3	Radialbeschleunigung	34
2.2	Kinematik des starren Körpers	35
2.2.1	Translation und Rotation	36
2.2.2	Kinematik der Rotation	37
2.2.3	Drehzahlmessung	39
<b>3</b>	<b>Dynamik der Punktmasse</b>	40
3.1	Kräfte	40
3.1.1	Wirkungen von Kräften	40
3.1.2	Wechselwirkung	41
3.1.3	Kraftmessung	42
3.1.4	Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften	44
3.1.5	Trägheit der Körper	46
3.1.6	Grundgesetz der Dynamik	47
3.1.7	Schwere der Körper	50

3.1.8	Reibungskräfte	51
3.1.9	Anwendungen des Grundgesetzes der Dynamik	53
3.1.10	Trägheitskräfte	56
3.1.11	Radialkraft und Zentrifugalkraft	57
3.2	Arbeit, Energie und Leistung	59
3.2.1	Mechanische Arbeit	59
3.2.1.1	Beschleunigungsarbeit	60
3.2.1.2	Hubarbeit	61
3.2.1.3	Federspannarbeit	62
3.2.1.4	Reibungsarbeit	63
3.2.2	Energie	64
3.2.2.1	Kinetische Energie	64
3.2.2.2	Potenzielle Energie	65
3.2.3	Energieerhaltungssatz	66
3.2.4	Leistung und Wirkungsgrad	70
3.2.4.1	Leistung	70
3.2.4.2	Wirkungsgrad	71
3.3	Impuls	74
3.3.1	Kraftstoß und Impuls	74
3.3.2	Impulserhaltungssatz	75
3.3.3	Stoßvorgänge	76
3.3.3.1	Elastischer Stoß	76
3.3.3.2	Unelastischer Stoß	78
3.3.4	Raketenantrieb	79
<b>4</b>	<b>Dynamik der Rotation</b>	81
4.1	Drehmoment	82
4.2	Rotationsenergie und Massenträgheitsmoment	86
4.2.1	Rotationsenergie	86
4.2.2	Massenträgheitsmoment	86
4.3	Analogie zwischen Translation und Rotation	89
4.4	Grundgesetz der Dynamik der Rotation	89
4.5	Arbeit und Leistung bei der Rotation	91
4.6	Drehimpulserhaltungssatz	92
<b>5</b>	<b>Statik und Verformung</b>	95
5.1	Gleichgewicht starrer Körper	95

5.1.1	Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	95	6.4.3.1	Innere Reibung und Viskosität . . . . .	130
5.1.2	Gleichgewichtsarten . . . . .	96	6.4.3.2	Laminare und turbulente Strömungen . . . . .	131
5.1.3	Schwerpunkt . . . . .	96	6.4.3.3	Strömungswiderstände . . . . .	132
5.2	Ebene Kraftsysteme . . . . .	97	6.4.3.4	Druckverlust in Rohrleitungen . . . . .	134
5.2.1	Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt . . . . .	97	6.4.3.5	Viskositätsbestimmungen . . . . .	134
5.2.2	Kräfte mit verschiedenen Angriffspunkten . . . . .	98			
5.2.3	Standsicherheit . . . . .	101			
5.3	Verformung und Festigkeit . . . . .	103			
<b>6</b>	<b>Mechanik der Flüssigkeiten und Gase</b>	<b>106</b>			
6.1	Druck . . . . .	106	<b>7</b>	<b>Wärme und innere Energie</b> . . . . .	<b>136</b>
6.2	Einige Eigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen . . . . .	108	7.1	Thermodynamische Prozesse . . . . .	136
6.2.1	Kompressibilität . . . . .	108	7.2	Wärmebewegung . . . . .	137
6.2.2	Flüssigkeitsoberflächen . . . . .	109	7.3	Temperatur . . . . .	137
6.2.3	Grenzflächenerscheinungen und Kapillarität . . . . .	110	7.4	Thermische Ausdehnung fester und flüssiger Körper . . . . .	139
6.3	Mechanik ruhender Flüssigkeiten und Gase . . . . .	111	7.5	Temperaturmessung . . . . .	141
6.3.1	Kolbendruck . . . . .	112	7.6	1. Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	143
6.3.2	Schweredruck . . . . .	113	7.7	Wärme und Temperatur . . . . .	144
6.3.2.1	Schweredruck in Flüssigkeiten . . . . .	113	7.8	Spezifische Wärmekapazität von Gasen . . . . .	146
6.3.2.2	Schweredruck in Gasen und Luftdruck . . . . .	115	7.9	Änderung des Aggregatzustandes . . . . .	147
6.3.2.3	Vakuum . . . . .	116	7.10	Wärmebilanzen bei Temperaturengleich . . . . .	150
6.3.3	Druckmessung . . . . .	117	7.11	Energieumwandlungen . . . . .	153
6.3.3.1	Druckskalen . . . . .	117	<b>8</b>	<b>Zustandsänderungen von Gasen</b> . . . . .	<b>156</b>
6.3.3.2	Druckmessgeräte . . . . .	118	8.1	Thermischer Zustand des idealen Gases . . . . .	156
6.3.4	Auftrieb . . . . .	119	8.1.1	Ideales Gas . . . . .	156
6.3.4.1	Auftrieb in Flüssigkeiten . . . . .	119	8.1.2	Thermische Zustandsgleichung des idealen Gases . . . . .	156
6.3.4.2	Schwimmen . . . . .	121	8.1.3	Quasistatische Zustandsänderungen . . . . .	157
6.3.4.3	Auftrieb in Gasen . . . . .	123	8.2	Volumenänderungsarbeit . . . . .	158
6.4	Mechanik strömender Flüssigkeiten und Gase . . . . .	124	8.3	Spezielle Zustandsänderungen . . . . .	159
6.4.1	Strömungsgeschwindigkeit und Stromlinien; Volumenstrom . . . . .	124	8.3.1	Isotherme Zustandsänderungen . . . . .	159
6.4.2	Strömung idealer Flüssigkeiten und Gase . . . . .	125	8.3.2	Isochore Zustandsänderungen . . . . .	160
6.4.2.1	Kontinuitätsgleichung . . . . .	125	8.3.3	Isobare Zustandsänderungen . . . . .	161
6.4.2.2	BERNOULLISCHE Gleichung . . . . .	126	8.3.4	Adiabatische Zustandsänderungen . . . . .	162
6.4.2.3	Anwendungen der BERNOULLISCHEN Gleichung . . . . .	128	8.4	Kreisprozesse . . . . .	163
6.4.3	Strömung realer Flüssigkeiten und Gase . . . . .	130	8.4.1	Prinzip der Wärmekraftmaschine . . . . .	163

8.4.2	Wärmepumpe und Kältemaschine . . .	164
8.4.3	CARNOT-Prozess . . . . .	165
8.5	2. Hauptsatz der Thermodynamik . . .	166
8.5.1	Thermodynamischer Wirkungsgrad reversibler Kreisprozesse . . . . .	166
8.5.2	Irreversible Prozesse . . . . .	167
8.5.3	Entropie . . . . .	167
8.6	Reale Gase und Dämpfe . . . . .	168
8.6.1	Isothermen eines realen Gases . . . . .	168
8.6.2	Dämpfe . . . . .	169
8.6.3	Luftfeuchte . . . . .	170
<b>9</b>	<b>Wärmetransport</b> . . . . .	171
9.1	Wärmetransportprozesse . . . . .	171
9.2	Wärmedurchgang . . . . .	172
9.3	Temperaturstrahlung . . . . .	175

## ELEKTRIK

<b>10</b>	<b>Gleichstrom</b> . . . . .	178
10.1	Elektrische Ladungen und Ströme . . .	178
10.2	Elektrische Spannung . . . . .	180
10.3	OHMSches Gesetz . . . . .	183
10.4	Elektrischer Widerstand . . . . .	184
10.5	Schaltung von Widerständen . . . . .	187
10.5.1	Parallelschaltung . . . . .	187
10.5.2	Reihenschaltung . . . . .	189
10.6	Elektrische Energie und Leistung . . .	193
10.7	Reale Stromkreise . . . . .	194
10.7.1	Verhalten realer Spannungsquellen . .	194
10.7.2	Schaltung von Spannungsquellen . . .	196
10.7.3	Einfluss von Leitungswiderständen . .	197
10.7.4	Knoten- und Maschensatz zur Berechnung elektrischer Netze . . . . .	198
10.8	Messung elektrischer Größen . . . . .	198
10.8.1	Strom- und Spannungsmessung . . . . .	199
10.8.2	Digitale Messverfahren . . . . .	199
10.8.3	Spannungskompensation . . . . .	200
10.8.4	Messbrücken . . . . .	201

<b>11</b>	<b>Elektrische und magnetische Felder</b> . .	202
11.1	Elektrische Felder . . . . .	203
11.1.1	Kräfte zwischen elektrischen Ladungen	203
11.1.2	Elektrische Felder im Vakuum . . . . .	204
11.1.2.1	Elektrische Flussdichte und elektrische Feldstärke . . . . .	204
11.1.2.2	Kapazität . . . . .	204
11.1.2.3	Elektrische Feldenergie . . . . .	205
11.1.3	Stoffe im elektrischen Feld . . . . .	206
11.1.3.1	Influenz . . . . .	206
11.1.3.2	Dielektrische Polarisation . . . . .	206
11.1.4	Kondensatoren . . . . .	208
11.2	Magnetische Felder . . . . .	209
11.2.1	Magnetische Felder stromdurch- flossener Leiter . . . . .	209
11.2.2	Magnetische Felder im Vakuum . . . . .	210
11.2.2.1	Magnetische Feldstärke und magnetische Flussdichte . . . . .	210
11.2.2.2	Induktivität und magnetische Feldenergie . . . . .	211
11.2.3	Stoffe im magnetischen Feld . . . . .	211
11.2.4	Kraftwirkungen auf stromdurch- flossene Leiter im magnetischen Feld	213
11.3	Bewegung von Elektronen in elek- trischen und magnetischen Feldern . .	215
11.3.1	Erzeugung von Elektronenstrahlen . .	215
11.3.2	Ablenkung von Elektronen im elek- trischen Querfeld . . . . .	216
11.3.3	Elektronen in magnetischen Feldern . .	217
11.3.4	Gasentladungen . . . . .	218
11.4	Elektromagnetische Induktion . . . . .	220
11.4.1	Induktionsgesetz . . . . .	221
11.4.2	Transformator- und Generatorprinzip	222
11.4.2.1	Transformatorprinzip . . . . .	223
11.4.2.2	Generatorprinzip . . . . .	223
11.4.2.3	Elektrische Maschinen . . . . .	224
11.4.3	Wirbelströme . . . . .	225
11.4.4	Selbstinduktion . . . . .	225
<b>12</b>	<b>Wechselstrom</b> . . . . .	228
12.1	Wechselspannungen und Wechsel- ströme . . . . .	228
12.1.1	Bestimmungsgrößen . . . . .	228
12.1.2	Elektronische Messung der Bestimmungsgrößen . . . . .	229

12.2	Einfache Wechselstromkreise . . . . .	231	14.1.2	Freie gedämpfte Schwingungen . . . . .	270
12.2.1	Wirkwiderstände . . . . .	231	14.1.3	Erzwungene Schwingungen . . . . .	272
12.2.2	Blindwiderstände . . . . .	232	14.2	Elektrische Schwingungen . . . . .	273
12.2.2.1	Induktiver Blindwiderstand . . . . .	232	14.2.1	Elektrischer Schwingkreis . . . . .	273
12.2.2.2	Kapazitiver Blindwiderstand . . . . .	233	14.2.2	Analogie zwischen mechanischen und elektrischen Schwingungen . . . . .	274
12.3	Zusammengesetzte Wechselstromkreise . . . . .	235	14.2.3	Erzwungene elektrische Schwingungen	275
12.3.1	Reihenschaltung von $R$ und $L$ . . . . .	236	14.2.3.1	Reihenresonanz . . . . .	275
12.3.2	Reihenschaltung von $R$ , $L$ und $C$ . . . . .	237	14.2.3.2	Parallelresonanz . . . . .	276
12.3.3	Parallelschaltung von $R$ , $L$ und $C$ . . . . .	239	14.3	Überlagerung von Schwingungen . . . . .	276
12.4	Leistung des Wechselstroms . . . . .	240	14.3.1	Überlagerung in gleicher Richtung . . . . .	277
12.4.1	Momentanleistung und Wirkleistung	240	14.3.1.1	Schwingungen gleicher Frequenz . . . . .	277
12.4.2	Messung von Energieumsatz und Wirkleistung . . . . .	240	14.3.1.2	Schwebungen . . . . .	278
12.4.3	Wirk-, Blind- und Scheinleistung . . . . .	241	14.3.2	Überlagerung senkrecht zueinander . . . . .	279
12.4.4	Blindleistungskompensation . . . . .	242	14.3.3	Anharmonische Schwingungen . . . . .	279
12.5	Transformatoren . . . . .	243	<b>15</b>	<b>Wellen . . . . .</b>	<b>281</b>
12.6	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	246	15.1	Wellenausbreitung . . . . .	281
12.7	Schutz vor elektrischen Unfällen . . . . .	249	15.1.1	Arten von Wellen . . . . .	281
<b>13</b>	<b>Halbleiter . . . . .</b>	<b>251</b>	15.1.2	Frequenz und DOPPLER-Effekt . . . . .	283
13.1	Leitungsmechanismen in Halbleitern	251	15.1.3	Wellenlänge und Phasengeschwindigkeit . . . . .	283
13.1.1	Eigenleitung . . . . .	251	15.1.4	Energiestrom und Amplitude . . . . .	284
13.1.2	Störstellenleitung . . . . .	253	15.1.5	HUYGENSSches Prinzip . . . . .	284
13.1.2.1	$n$ -Leitung . . . . .	253	15.2	Reflexion und Brechung . . . . .	285
13.1.2.2	$p$ -Leitung . . . . .	254	15.2.1	Reflexion . . . . .	285
13.2	$pn$ -Übergang . . . . .	254	15.2.2	Brechung . . . . .	286
13.3	Halbleiterdioden . . . . .	256	15.2.3	Totalreflexion . . . . .	287
13.4	Transistoren . . . . .	258	15.3	Beugung und Interferenz . . . . .	288
13.4.1	Bipolartransistoren . . . . .	258	15.3.1	Beugung . . . . .	288
13.4.2	Elementarer Spannungsverstärker . . . . .	259	15.3.2	Interferenz . . . . .	289
13.4.3	Feldeffekttransistoren . . . . .	261	15.3.3	Stehende Wellen . . . . .	291
13.4.4	Integrierte Schaltkreise . . . . .	262	15.3.4	Beugung und Interferenz am Doppelspalt . . . . .	292
<b>SCHWINGUNGEN UND WELLEN</b>			15.4	Polarisation . . . . .	294
<b>14</b>	<b>Schwingungen . . . . .</b>	<b>263</b>	15.5	Optische Abbildung . . . . .	295
14.1	Mechanische Schwingungen . . . . .	263	15.5.1	Bildkonstruktion . . . . .	296
14.1.1	Freie ungedämpfte Schwingungen . . . . .	263	15.5.2	Bildentstehung an gekrümmten Spiegeln und Linsen . . . . .	297
14.1.1.1	Kinematik der Sinusschwingung . . . . .	264	15.5.3	Abbildungsgleichung und Abbildungsmaßstab . . . . .	299
14.1.1.2	Dynamik der Sinusschwingung . . . . .	266	15.5.4	Vergößerung durch Fernrohr und Mikroskop . . . . .	300
14.1.1.3	Dreh- und Pendelschwingungen . . . . .	268	15.6	Energieübertragung durch Wellen . . . . .	302

15.6.1	Physikalische Strahlungsgrößen . . .	302
15.6.2	Physiologische Schall- und Lichtempfindungen . . . . .	304
15.6.2.1	Schallstärke und Lautstärke . . . . .	304
15.6.2.2	Lichttechnische Größen . . . . .	306
15.7	Elektromagnetische Strahlung . . . . .	308
15.7.1	HERTZsche Wellen . . . . .	309
15.7.2	Mikrowellen . . . . .	309

## QUANTEN UND ATOME

<b>16</b>	<b>Atom- und Kernphysik . . . . .</b>	<b>313</b>
16.1	Quanten . . . . .	314
16.1.1	Energiequantelung . . . . .	314
16.1.2	Welle-Teilchen-Dualismus . . . . .	315
16.1.3	Äußerer Fotoeffekt . . . . .	315
16.1.4	HEISENBERGsche Unschärferelation . . . . .	316
16.1.5	Masse und Energie . . . . .	317
16.2	Photonen . . . . .	318
16.2.1	BOHRsches Atommodell . . . . .	318
16.2.2	Absorption und Emission von Photonen . . . . .	319

16.2.3	LASER . . . . .	321
16.2.4	Röntgenstrahlen . . . . .	323
16.3	Atomkern . . . . .	325
16.3.1	Aufbau des Atomkerns . . . . .	325
16.3.2	Radioaktivität . . . . .	327
16.3.2.1	$\alpha$ -Umwandlung . . . . .	327
16.3.2.2	$\beta$ -Umwandlung . . . . .	328
16.3.2.3	$\gamma$ -Strahlung . . . . .	329
16.3.2.4	Gesetz der radioaktiven Umwandlung . . . . .	329
16.3.2.5	Absorption von ionisierender Strahlung . . . . .	331
16.3.2.6	Nachweis von Kernstrahlung . . . . .	333
16.3.2.7	Biologische Wirkungen und Strahlen- schutz . . . . .	335
16.3.3	Kernenergie . . . . .	336
16.3.3.1	Kernspaltung . . . . .	337
16.3.3.2	Kernsynthese . . . . .	339
	<b>Aufgaben . . . . .</b>	<b>341</b>
	<b>Lösungen . . . . .</b>	<b>364</b>
	<b>Bildquellenverzeichnis . . . . .</b>	<b>394</b>
	<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>395</b>

---

# TECHNIK UND PHYSIK

---

Die Technik liefert uns die materiellen Mittel und Verfahren, um produzieren und wirtschaften zu können. In Industrie und Landwirtschaft, im Bauwesen, im Transport- und Nachrichtenwesen sind Techniker tätig. Sie arbeiten mit an der Entwicklung und Konstruktion oder der Bedienung und Instandhaltung von Maschinen, Anlagen und Geräten, um Rohstoffe zu gewinnen, sie zu Werkstoffen zu verarbeiten und fertige Erzeugnisse herzustellen. Dazu gehören auch Informationsgewinnung und -verarbeitung. Die Anfänge der Technik reichen bis in die Altsteinzeit zurück. Die Menschen begannen, sich Steingeräte zurechtzuschlagen, um sie als Werkzeuge zu benutzen. Im Mittelalter wurden verschiedene Techniken als „Künste“ bezeichnet. So hieß die technische Nutzung der Wasserkraft „Wasserkunst“. Dies deutet darauf hin, dass die Technik des Mittelalters fast ausschließlich auf handwerklichem Können und praktischer Erfahrung beruhte. Auch die Beherrschung unserer modernen Technik erfordert Können und Erfahrung. Das allein aber reicht nicht aus. Moderne Technik setzt die bewusste Nutzung wissenschaftlicher Erkenntnisse und Gesetzmäßigkeiten voraus. Der Techniker des 21. Jahrhunderts benötigt deshalb eine fundierte wissenschaftliche Ausbildung.

Die Physik ist eine der wichtigsten Wissenschaften als Grundlage der Technik. Die Richtigkeit physikalischer Theorien und Gesetze zeigt sich nicht zuletzt darin, dass die auf ihnen basierende Technik auch wirklich funktioniert. Klassische Mechanik, Thermodynamik und Elektrizität bilden nach wie vor in weiten Bereichen die Grundlagen der Technik. Moderne Technologien nutzen durch Anwendung der Mikroelektronik, der Optoelektronik, der Lasertechnik und der Kernenergie neueste physikalische Erkenntnisse z. B. aus der Festkörperphysik, der nichtlinearen Optik und der Kernphysik. Ein Techniker muss physikalische Begriffe, Definitionen und Gesetze, aber auch Denk- und Arbeitsmethoden der Physik kennen, sie verstehen und anwenden können. Kenntnisse erwerben Sie durch Lernen, Verständnis durch eigenes Denken, Anwendungsbereitschaft durch Üben.

## 1 Physikalische Größen und Einheiten

### 1.1 Größenarten und Größen

Wenn Sie aufgefordert würden, **physikalische Größenarten** zu nennen, so fallen Ihnen sicher gleich eine Vielzahl davon ein, etwa Kraft, Leistung, Spannung usw. Sie wissen auch, dass hierfür zur Abkürzung Formelzeichen verwendet werden, z. B.  $F$  für Kraft,  $P$  für Leistung,  $U$  für Spannung. Größenarten kennzeichnen *qualitative* Eigenschaften und Zustände von physikalischen Objekten sowie deren Veränderungen bei physikalischen Prozessen. Deren quantitative Bestimmung erfolgt durch Angabe der jeweiligen **Größe** als Produkt aus **Zahlenwert und Einheit**, z. B.  $F = 10 \text{ N}$ ,  $P = 500 \text{ W}$ ,  $U = 230 \text{ V}$ .

$$\text{Größe} = \text{Zahlenwert} \times \text{Einheit}$$

Das Multiplikationszeichen zwischen Zahlenwert und Einheit wird bei Angabe der Größe nicht mitgeschrieben. Für die Einheiten gelten gleiche Rechengesetze wie für Zahlen. Im Allgemeinen wollen wir dabei zwischen multiplikativ verknüpften Einheiten jeweils einen Punkt als Multiplikationszeichen setzen. Beachten Sie beim Rechnen mit Einheiten besonders die Regeln der Bruch- und Potenzrechnung! Summen und Differenzen lassen sich nur von Größen *gleicher* Größenart bilden. 2 m und 3 m lassen sich addieren, nicht aber 2 m und 3 s. Bei *skalaren* Größen wie Zeit, Druck, Temperatur reicht die Angabe des Betrages der Größen aus Zahlenwert und Einheit aus. Bei *vektoriellen* Größen wie Geschwindigkeit und Kraft ist zur vollständigen Charakterisierung neben der Angabe des Betrages auch die Angabe der Richtung erforderlich. Grafisch lassen sich Vektoren durch Pfeile darstellen, deren Länge dem Betrag und deren Pfeilspitze der Richtung der vektoriellen Größe entspricht. Beispiele für den Umgang mit Vektoren finden Sie in 2.1.1.5 und 3.1.4.

## 1.2 Einheiten und Internationales Einheitensystem (SI)

Die Bestimmung physikalischer Größen setzt die Messbarkeit der betreffenden Eigenschaften oder Zustände voraus. Zur Messung ist ein geeignetes Messverfahren und die Festlegung einer entsprechenden Einheit erforderlich. Der Zahlenwert ist der Faktor, mit dem die Einheit multipliziert werden muss, um den Wert der Größe zu erhalten.

Der Gebrauch von Einheiten im geschäftlichen Verkehr ist durch das Gesetz über Einheiten im Messwesen geregelt. Durch die Einheitenverordnung wird das **Internationale Einheitensystem (SI)** verbindlich eingeführt. Sie lässt daneben nur in begrenztem Umfang SI-fremde Einheiten zu. Grundlage des SI sind 7 **Basiseinheiten**. Sie sind durch Mess- bzw. Zählvorschriften oder Maßverkörperungen eindeutig festgelegt.

Für die entsprechenden Basisgrößen gelten folgende Basiseinheiten des SI:

– Länge $l$	$[l] = \text{m}$	(Meter)	(s. 1.4)
– Zeit $t$	$[t] = \text{s}$	(Sekunde)	(s. 1.5)
– Masse $m$	$[m] = \text{kg}$	(Kilogramm)	(s. 3.1.5)
– Stromstärke $I$	$[I] = \text{A}$	(Ampere)	(s. 10.1)
– Temperatur $T$	$[T] = \text{K}$	(Kelvin)	(s. 7.3)
– Stoffmenge $n$	$[n] = \text{mol}$	(Mol)	
– Lichtstärke $I_v$	$[I_v] = \text{cd}$	(Candela)	(s. 15.6.2.2)

Die eckige Klammer um das Symbol der Größe bedeutet „Einheit von ...“ und wird im Folgenden stets in dieser Bedeutung gebraucht. Alle weiteren SI-Einheiten lassen sich aus den die zugehörigen Größen definierenden Größengleichungen ableiten. **Abgeleitete Einheiten** können wir als Produkte von Potenzen der Basiseinheiten ausdrücken, wobei kein von 1 verschiedener Umrechnungsfaktor auftritt. Wichtige abgeleitete Einheiten haben außerdem eigene Namen, z. B.

– Kraft $F$	$[F] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$	(Newton)	(s. 3.1.6)
– Leistung $P$	$[P] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} = \text{W}$	(Watt)	(s. 3.2.4.1)
– Spannung $U$	$[U] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1} = \text{V}$	(Volt)	(s. 10.2)

Lernen Sie die Namen abgeleiteter Einheiten im Zusammenhang mit den zugehörigen Größengleichungen!

Um zu kleine oder zu große Zahlenwerte zu vermeiden, können von Einheiten mit eigenem Namen dezimale Teile und Vielfache durch *Vorsätze* gebildet werden, z. B.

$$\begin{array}{ll} 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ mm} & (\text{Millimeter}) \\ 10^{-6} \text{ m} = 1 \text{ }\mu\text{m} & (\text{Mikrometer}) \\ 10^{-9} \text{ m} = 1 \text{ nm} & (\text{Nanometer}) \end{array} \quad \begin{array}{ll} 10^3 \text{ W} = 1 \text{ kW} & (\text{Kilowatt}) \\ 10^6 \text{ W} = 1 \text{ MW} & (\text{Megawatt}) \\ 10^9 \text{ W} = 1 \text{ GW} & (\text{Gigawatt}) \end{array}$$

Eine Ausnahme ist das Kilogramm, das als Basiseinheit bereits einen Vorsatz besitzt.

Lernen Sie, die Vorsätze sicher zu handhaben! Dabei werden Vorsätze für solche Zehnerpotenzen bevorzugt, deren Exponenten durch 3 teilbar sind. Andere Vorsätze sind nur in Einzelfällen erlaubt, z. B.

$$10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm (Zentimeter)} \quad 10^2 \text{ Pa} = 1 \text{ hPa (Hektopascal)}$$

Darüber hinaus sind auch einige *SI-fremde* Einheiten zugelassen. Wichtigste SI-fremde Einheiten sind

- die Zeiteinheiten     Minute     (1 min = 60 s)
- Stunde     (1 h = 3 600 s)
- die Volumeneinheit     Liter     (1 l = 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>)
- die Masseneinheit     Tonne     (1 t = 10<sup>3</sup> kg)
- die Druckeinheit     Bar     (1 bar = 10<sup>5</sup> Pa)

sowie daraus abgeleitete Einheiten wie 1 km · h<sup>-1</sup> für die Geschwindigkeit oder 1 t · m<sup>-3</sup> für die Dichte.

### 1.3 Größengleichungen

Physikalische Definitionen, Gesetze und Theorien machen Aussagen über qualitative und quantitative Zusammenhänge und Abhängigkeiten zwischen Größen. Quantitative Aussagen lassen sich in der Sprache der Mathematik ausdrücken. Die weitgehende mathematische Durchdringung der Physik begründet ihre Bedeutung als exakte Wissenschaft für die Technik. Damit wird Physik aber auch recht abstrakt. Wir müssen uns bemühen, einerseits Mathematik im notwendigen Umfang zu beherrschen, andererseits hinter den mathematischen Ausdrücken den qualitativen Gehalt der darin verschlüsselten physikalischen Aussagen zu verstehen und zu begreifen.

Die von uns benutzten „Formeln“ sind Gleichungen zwischen physikalischen Größen. Sie heißen **Größengleichungen** und stellen die mathematische Formulierung der Ergebnisse experimenteller Untersuchungen und theoretischer Überlegungen dar. Mit ihrer Hilfe lassen sich funktionale Abhängigkeiten zwischen Größen relativ leicht erfassen und physikalisch-technische Probleme rechnerisch lösen.

Aus dem Ansatz zum Lösen einer Aufgabe in Form eines Systems von Größengleichungen erhalten Sie durch mathematische Operationen die allgemeine Lösung wieder als Größengleichung. Zur Ermittlung spezieller Ergebnisse müssen Sie in die Größengleichungen für die Größensymbole die entsprechenden Größen mit Zahlenwert *und* Einheit einsetzen. Die Form der Größengleichungen ist *unabhängig* von den für die einzelnen Größen gewählten Einheiten. Benutzen Sie nur SI-Einheiten, so sind keine weiteren Umrechnungen von Einheiten notwendig. Sie bekommen das Ergebnis wieder in einer SI-Einheit. Fehler beim Umformen der Gleichungen können Sie durch Kontrolle der Einheiten erkennen.





Häufig sind die Größen in SI-Einheiten mit Vorsätzen oder SI-fremden Einheiten gegeben oder gesucht. Dabei werden Umrechnungen von Einheiten notwendig. Eine sichere, wenn auch manchmal etwas umständliche Methode benutzt folgende Schritte:

- Setzen Sie zunächst die Größen mit den gegebenen Einheiten in die Größen-gleichung ein! Schreiben Sie dabei abgeleitete Einheiten möglichst einfach als Produkte oder Quotienten mit nur positiven Exponenten.
- Suchen Sie die Umrechnungsbeziehungen zwischen gegebenen und gewünsch-ten Einheiten!
- Setzen Sie das Produkt aus Umrechnungsfaktor und gewünschter Einheit für die gegebene Einheit ein! Vereinfachen Sie den Ausdruck!

**Beispiel 1.1**

Rechnen Sie um:

- a)  $1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  in  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;
- b)  $1 \text{ kW} \cdot \text{h}$  in MJ;
- c)  $1 \text{ V/mA}$  in  $\text{k}\Omega$ .

*Lösung:*

- a)  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$ ;  $1 \text{ h} = 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1 \frac{10^3 \text{ m}}{3,6 \cdot 10^3 \text{ s}} = 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b)  $1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$ ;  $1 \text{ h} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$ ;  $1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ J}$ ;  
 $1 \text{ MJ} = 10^6 \text{ J}$

$$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 10^3 \text{ W} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$$

- c)  $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$ ;  $1 \text{ V/A} = 1 \Omega$ ;  $1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$

$$1 \frac{\text{V}}{\text{mA}} = 1 \frac{\text{V}}{10^{-3} \text{ A}} = 10^3 \Omega = 1 \text{ k}\Omega$$

Größengleichungen ergeben auch Messvorschriften für die *indirekte* Messung von Größen, die in der betreffenden Gleichung vorkommen. So sagt uns z. B. das OHMSche Gesetz in der Form  $R = U/I$ , dass sich elektrische Widerstände  $R$  durch Messung von Spannung  $U$  und Stromstärke  $I$  ermitteln lassen.

## 1.4 Länge, Fläche und Volumen

Die **Länge** als Basisgröße hat im SI die Basiseinheit Meter.

Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von  $1/299\,792\,458 \text{ s}$  durchläuft.

Das Meter wird so auf die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  bezogen, die eine Naturkonstante darstellt und mit dieser Meterdefinition auf  $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  festgelegt ist.

Längen können durch Anlegungen von Maßstäben gemessen werden. Wichtige betriebliche Längenmessmittel sind Messschieber und Messschraube.

Die Einheiten *geometrischer* Größen lassen sich aus der Längeneinheit ableiten. Den Inhalt einfach berandeter Flächen können wir aus den Längenabmessungen berechnen. Die **Fläche**  $A$  eines Quadrates der Seitenlänge  $a$  ergibt sich zu  $A = a^2$ , die eines Kreises mit dem Durchmesser  $d$  zu  $A = (\pi/4) \cdot d^2$ . Die Einheit der Fläche ist deshalb

$$[A] = \text{m}^2 \text{ (Quadratmeter)}$$

Wichtige Umrechnungen sind  $1 \text{ m}^2 = (100 \text{ cm})^2 = 10^4 \text{ cm}^2$ ;  $1 \text{ m}^2 = (10^3 \text{ mm})^2 = 10^6 \text{ mm}^2$ .

Messschieber



Polarplanimeter



Der Flächeninhalt unregelmäßig berandeter Flächen lässt sich mit einem Polarplanimeter ermitteln. Beim Umfahren der Flächenberandung läuft eine Messrolle mit und gibt über ein Zählwerk den Inhalt der umfahrenen Fläche an.

Der Rauminhalt regelmäßiger Körper lässt sich ebenfalls aus deren Längenabmessungen bestimmen. Das **Volumen**  $V$  eines Würfels der Kantenlänge  $a$  ergibt sich zu  $V = a^3$ , das einer Kugel mit dem Durchmesser  $d$  zu  $V = (\pi/6) \cdot d^3$ . Die Einheit des Volumens ist deshalb

$$[V] = \text{m}^3 \text{ (Kubikmeter)}$$

Wichtige Umrechnungen sind  $1 \text{ m}^3 = (100 \text{ cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3$ ;  $1 \text{ m}^3 = (10 \text{ dm})^3 = 10^3 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ l}$ .

Das Volumen von Flüssigkeiten lässt sich mit Hohlmaßen wie Messkolben und Messzylinder leicht ermitteln. Das Volumen unregelmäßiger Festkörper ergibt sich z. B. indirekt durch Messung des verdrängten Flüssigkeitsvolumens oder des Auftriebs (s. 6.3.4.1) bei vollständigem Eintauchen in eine Flüssigkeit.

## 1.5 Zeit

Die **Zeit** als Basisgröße hat im SI die Basiseinheit Sekunde.

Die Sekunde ist die Dauer einer definierten Anzahl von Perioden einer bestimmten elektromagnetischen Strahlung.

Wir wollen hier die Definition der Sekunde nicht genauer angeben. Sie zeigt jedoch das Prinzip der meisten Zeitmessverfahren, die auf der Zählung von Perioden bekannter Dauer bestimmter periodischer Vorgänge beruhen. Mechanische Uhren zählen die Perioden von Schwingungen eines Pendels oder der Drehschwingungen einer Unruh und zeigen die *Zeit analog* als Winkelstellung von Zeigern an. Elektronische Uhren zählen die Perioden eines Normalfrequenzgenerators, z. B. eines Quarzoszillators, und können die *Zeit digital* über Ziffernanzeigeelemente oder ebenfalls analog durch Zeiger anzeigen.

Zur Messung von Zeitspannen können auch einmalig ablaufende Vorgänge wie die Entladung eines Kondensators oder der Zerfall eines radioaktiven Nuklids genutzt werden. Bei derartigen Abklingvorgängen nimmt eine Größe wie die Kondensatorspannung oder die Aktivität eines radioaktiven Stoffes (s. 16.3.2.4) in gleichen Zeitspannen um den gleichen Bruchteil ab.

**Physikalische Vorgänge verlaufen in Raum und Zeit.** Viele physikalische Größen sind deshalb *zeitabhängig*. Ihr Wert ist eine Funktion der Zeit. Bei zeitabhängigen Größen müssen wir zwischen ihren *Momentanwerten*, die sie zu einem bestimmten *Zeitpunkt* haben, und ihrem *Durchschnittswert* als Mittel über eine *Zeitspanne* unterscheiden (s. 2.1.1.1).

Für viele Vorgänge ist es wichtig zu wissen, wie schnell sich Größen mit der Zeit ändern. So gibt z. B. die Geschwindigkeit an, wie schnell ein Körper seinen Ort ändert, und die Leistung ist ein Maß dafür, wie schnell eine Arbeit verrichtet wird. Unter gewissen Bedingungen finden wir bei Vorgängen aber auch Größen, die insgesamt im Zeitablauf konstant sind, so dass ihr Wert erhalten bleibt. Für solche *Erhaltungsgrößen* existieren *Erhaltungssätze*. Die Sätze von der Erhaltung der Energie, des Impulses, des Drehimpulses und der elektrischen Ladung spielen eine besonders wichtige Rolle.

### Mikropipetten



*Mikropipetten zur Dosierung kleinster Volumina*

### Funkuhr



*Die gesetzliche Zeit wird in Deutschland durch die Cs-Uhren der PTB realisiert. Ihre Weitergabe erfolgt u. a. durch den Langwellensender DCF77 zur Kalibrierung auch Ihrer Funkarmbanduhr.*

---

# MECHANIK

---

## 2 Kinematik

---

**Fragen und Probleme:** Was versteht man unter Geschwindigkeit und Beschleunigung? Wie verläuft eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung? Wie bewegt sich ein Körper beim freien Fall? Wie werden Bewegungen überlagert? – Durch welche Angaben wird eine Kreisbewegung charakterisiert? Welcher Zusammenhang besteht zwischen Winkelgrößen und Bahngrößen? Was bewirkt eine Radialbeschleunigung?

---

Die Kinematik ist ein Teilgebiet der Mechanik. In der **Kinematik** beschäftigen wir uns mit der *Beschreibung* von **mechanischen Bewegungsvorgängen**. Wie alle physikalischen Vorgänge laufen Bewegungsvorgänge in Raum und Zeit ab. Bei der Bewegung eines Körpers ändern sich Ort und Lage des Körpers im Raum relativ zu anderen Körpern in Abhängigkeit von der Zeit. Aufgabe der Kinematik ist es, angeben zu können, *an welchem Ort* sich ein Körper *zu welcher Zeit* befindet. Dagegen ist die Frage nach der Ursache für die Bewegung eines Körpers nicht Gegenstand der Kinematik. Sie wird in der Dynamik untersucht (s. Abschnitt 3). Auch strömende Flüssigkeiten und Gase sollen später in einem gesonderten Abschnitt betrachtet werden (s. 6.2).

Die Bewegungen von Fahrzeugen, Fördergeräten, Maschinenteilen usw. können sehr kompliziert sein, so dass ihre Beschreibung große Schwierigkeiten zu machen scheint. Doch keine Angst! Oft können wir schwierige Probleme weitgehend vereinfachen.

Eine solche Möglichkeit besteht darin, dass sich *komplizierte* Bewegungen aus *einfachen* zusammensetzen lassen. Betrachten wir zum Beispiel die Bewegung eines Werkstückes am Kranhaken eines Portalkrans (Bild 2.1). Das Werkstück



Bild 2.1: Portalkran

kann sich durch das Hebewerk nach oben und unten bewegen und gleichzeitig mit der Laufkatze quer und durch das Fahrwerk längs zum Arbeitsbereich verlaufende Bewegungen ausführen. Diese gleichzeitig stattfindenden Bewegungen lassen sich so beschreiben, als würden sie voneinander unabhängig und nacheinander ausgeführt. Hier genügen also Kenntnisse über geradlinige Bewegungen, um komplizierte räumliche Bewegungen zu erfassen.

Weiterhin ist es möglich, reale Körper durch geeignete **Modelle** zu ersetzen, wobei für die Bewegung nebensächliche Eigenschaften der Körper vernachlässigt werden. So sind häufig innere Bewegungen durch Verformung des Körpers so gering, dass sie für die Gesamtbewegung des Körpers keine entscheidende Rolle spielen. Wir benutzen dann das Modell „**Starrer Körper**“, der sich nur als Ganzes bewegen kann, wobei sich seine Teile gegeneinander nicht verschieben lassen. Die Form des starren Körpers bleibt während der Bewegung unverändert. Jede Bewegung eines starren Körpers lässt sich dann in eine **Translation** längs einer bestimmten *Bahn* und in eine **Rotation** um eine bestimmte *Achse* zerlegen (s. 2.2). Sind die vom Körper zurückgelegten Wege groß gegenüber den Körperabmessungen, so spielt oft auch die Form des Körpers keine Rolle mehr. Wir können uns den Körper zu einem Punkt zusammengeschrumpft denken, der die Masse des Körpers in sich vereinigt (Modell „**Punktmasse**“ als einfachstes Körpermodell, s. 2.1).

Bei der Benutzung von Modellen müssen Sie sich davon überzeugen, ob reale Vorgänge durch das gewählte Modell mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit beschrieben werden können. In den Fahrplänen des Eisenbahnverkehrs ist die Behandlung der Züge als Punktmassen ausreichend. Die Fahrstrecken sind wesentlich größer als die Zuglängen. Es ist für Sie als Reisenden nebensächlich, dass Lok und Wagen zeitlich nacheinander in einen Bahnhof einfahren und ihn auch wieder nacheinander verlassen. Dagegen ist beim Zusammenstellen eines Zuges aus einzelnen Waggons im Rangierbetrieb das Modell Punktmasse für den Zug ungeeignet, während bei der Bewegung eines einzelnen Wagens dieser in vielen Fällen als Punktmasse betrachtet werden kann.

## 2.1 Kinematik der Punktmasse

Wenn wir in Folgendem auch weiterhin von Körpern sprechen, so wollen wir im Abschnitt 2.1 stets das Modell der Punktmasse benutzen.

Körper bewegen sich auf **Bahnen** mit unterschiedlichen Formen der Bahnkurven. Der Kondensstreifen, den ein Düsenflugzeug hinter sich erzeugt, vermittelt die Form der vom Flugzeug durchflogenen Bahn. Ähnlich lassen sich die Bahnen elektrisch geladener Elementarteilchen in Nebel- oder Blasenkammern sichtbar machen (Bild 2.2). Den räumlichen Verlauf der Bewegung beschreibt die Bahnkurve.

Die geometrische Form der Bahnkurve bestimmt die Bewegungsart des Körpers.

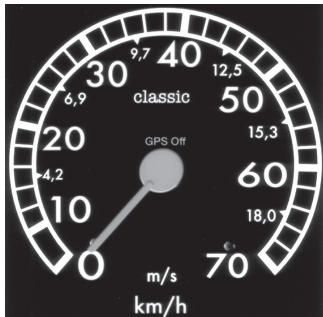
Besonders einfache, für die Praxis jedoch sehr wichtige Bewegungsarten sind die

- *geradlinige* Bewegung (s. 2.1.1), bei der die Bewegung auf gerader Bahn erfolgt, und die
- *kreisförmige* Bewegung (s. 2.1.2), bei der die Bewegung auf einer Kreisbahn erfolgt.



Bild 2.2: Teilchenbahnen im Magnetfeld einer Blasenkammer

Fahrradtachometer



Die Geschwindigkeit, mit der sich der Radfahrer bewegt, liest er am Ausschlag der Tachometernadel in m/s oder km/h ab. Seine Beschleunigung erkennt er daran, wie schnell sich der Ausschlag vergrößert, seine Verzögerung (negative Beschleunigung), daran, wie schnell sich der Ausschlag verringert.

Die Bahnkurve eines Körpers zeigt uns zwar, auf welchem Weg sich der Körper bewegt. Sie sagt aber nichts über den zeitlichen Ablauf dieser Bewegung aus. Zu einer vollständigen Beschreibung benötigen wir den vom Körper bei der Ortsänderung zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit. Messen wir den Weg von einem Bezugspunkt der Bahn aus, so wird durch die *Weg-Zeit-Funktion* jedem Zeitpunkt der Ort auf der Bahn zugeordnet, an dem sich der Körper zu diesem Zeitpunkt befindet. Wir benutzen hier die Bezeichnung „Weg  $s$ “ im Sinne einer Ortskoordinate, so wie die Kilometersteine an einer Straße den Ort an der Straße markieren. Die Weg-Zeit-Funktionen können als Kurven in einem Weg-Zeit-Diagramm dargestellt werden. Verwechseln Sie solche Kurven nicht mit den Bahnkurven!

Grafische Darstellungen haben den Vorteil großer Anschaulichkeit. Für Berechnungen jedoch eignet sich die Darstellung der Weg-Zeit-Funktionen in Form von Größengleichungen besser. Dazu bedarf es der Einführung der kinematischen Größen

- **Geschwindigkeit  $v$** , die angibt, wie schnell sich ein Körper bewegt, und
- **Beschleunigung  $a$** , die angibt, wie schnell sich seine Geschwindigkeit ändert.

Den zeitlichen Verlauf der Bewegung beschreibt die Weg-Zeit-Funktion, die als Tabelle, grafisch und als Gleichung dargestellt werden kann.

Die mathematische Form der Weg-Zeit-Funktion bestimmt die Bewegungsform des Körpers.

Besonders einfache, für die Praxis jedoch sehr wichtige Bewegungsformen sind die

- *gleichförmige* Bewegung (s. 2.1.1.2), bei welcher der Betrag der Geschwindigkeit konstant bleibt, also unabhängig von der Zeit ist, und die
- *gleichmäßig beschleunigte* Bewegung (s. 2.1.1.3), bei welcher der Betrag der Beschleunigung konstant bleibt, also unabhängig von der Zeit ist.

## 2.1.1 Bewegung auf gerader Bahn

Bewegt sich ein Körper auf gerader Bahn, so sind nur zwei Bewegungsrichtungen möglich, nämlich vorwärts und rückwärts, die sich durch entgegengesetzte Vorzeichen der Geschwindigkeit unterscheiden lassen. Andere Änderungen der Bewegungsrichtung treten nicht auf. Deshalb brauchen wir hier bei den vektoriellen Größen Geschwindigkeit und Beschleunigung nur deren Beträge zu untersuchen. Interessiert man sich andererseits bei krummlinigen Bewegungen nur für die Beträge dieser kinematischen Größen längs des Weges, so lassen sich auch diese Bewegungen wie auf gerader Bahn behandeln.

### 2.1.1.1 Geschwindigkeit und Beschleunigung

Zur Berechnung von Bewegungsvorgängen müssen wir die Geschwindigkeiten der Körper kennen.

Der Betrag der Geschwindigkeit  $v$  gibt an, wie schnell der Körper seinen Ort ändert.

Wir können die Geschwindigkeit als Durchschnittsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  aus dem bei einer Ortsänderung zurückgelegten Weg  $\Delta s = s_2 - s_1$  und der dafür benötigten Zeitspanne  $\Delta t = t_2 - t_1$  ermitteln:

$$\bar{v} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad [v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (2.1)$$

Häufig werden Geschwindigkeiten in der SI-fremden Einheit  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  angegeben, d. h. Kilometer je Stunde (bitte nicht Stundenkilometer!).

Beginnt die Messung des Weges bei  $s_1 = 0$  und setzt man die Stoppuhr bei  $t_1 = 0$  in Gang, so kann der Index 2 auch weggelassen werden, und Gl. (2.1) vereinfacht sich zu

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \quad (2.2)$$

Durchschnittsgeschwindigkeit

### Beispiel 2.1

Welche Geschwindigkeit ist größer:  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  oder  $1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ?

*Lösung:* Wir rechnen  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  in  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  um:

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{km}}{1000} \cdot \frac{3600}{\text{h}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ist demnach 3,6-mal so groß wie  $1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Ein 100-m-Läufer hat bei einer Laufzeit von 10,0 s eine mittlere Geschwindigkeit von  $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

### Beispiel 2.2

Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer Autofahrt, die um 7.12 Uhr am Kilometerstein 87,3 km beginnt und um 7.58 Uhr am Kilometerstein 119,7 km endet?

*Lösung:* Der zurückgelegte Weg  $\Delta s$  beträgt 32,4 km bei einer Fahrtzeit von  $\Delta t = 46 \text{ min}$ . Daraus ergibt sich eine Geschwindigkeit von

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{32,4 \text{ km}}{46 \text{ min}} = \frac{32,4 \cdot 10^3 \text{ m}}{46 \cdot 60 \text{ s}} = 11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 42,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

### Beispiel 2.3

Vergleichen Sie die Geschwindigkeiten zweier Körper A und B, deren Weg-Zeit-Funktionen in Bild 2.3 grafisch dargestellt sind!

*Lösung:* Als Zeitspanne wurde  $\Delta t = t_2 - t_1 = 5 \text{ s} - 2 \text{ s} = 3 \text{ s}$  gewählt. Für Körper A ergibt sich damit aus dem Diagramm ein Weg  $\Delta s = s_2 - s_1 = 10 \text{ m} - 4 \text{ m} = 6 \text{ m}$ , für Körper B ist  $\Delta s = 30 \text{ m} - 12 \text{ m} = 18 \text{ m}$ . Da Körper B in der gleichen Zeitspanne den größeren Weg zurücklegt, ist seine Geschwindigkeit größer. Nach Gl. (2.1) ergibt sich

$$v_A = \frac{6 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} < v_B = \frac{18 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Weg-Zeit-Diagramm erkennen Sie die höhere Geschwindigkeit von B am steileren Anstieg der Kurve, wobei in diesem Beispiel beide Kurven Geraden sind. Ermitteln Sie selbst die Geschwindigkeiten mit anders gewählten Zeitspannen! Sie erhalten die gleichen Ergebnisse. Bild 2.3 stellt zwei Bewegungen mit jeweils konstanter, aber unterschiedlicher Geschwindigkeit dar.

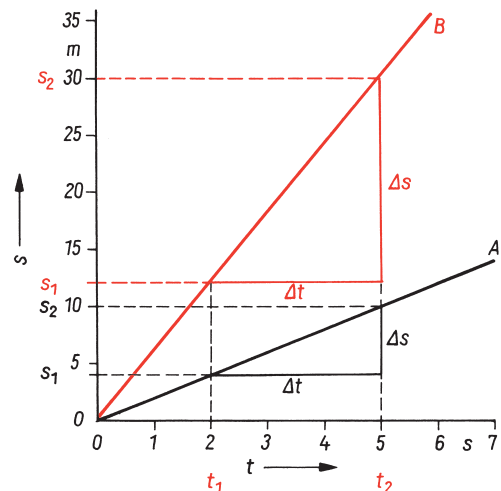


Bild 2.3: Weg-Zeit-Diagramm der Bewegung zweier Körper mit unterschiedlicher konstanter Geschwindigkeit

Beachten Sie bei Anwendung von Gl. (2.2), dass ein am Kilometerstein „25 km“ eine Stunde lang parkendes Auto die Geschwindigkeit  $v = 0$  und nicht etwa  $25 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  hat.

Im Beispiel 2.2 haben wir nach Gl. (2.1) die Geschwindigkeit eines Autos mit  $42,3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  ermittelt. Kann der Fahrer dabei im Stadtverkehr wegen Überschreitung der Höchstgeschwindigkeit von  $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  bestraft werden? Ja, das könnte sein. Bei Geschwindigkeitsmessungen nach Gl. (2.1) lassen sich nur Durchschnittsgeschwindigkeiten ermitteln.

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist die mittlere Geschwindigkeit innerhalb einer Zeitspanne  $\Delta t$ .

Zur Entscheidung obiger Frage benötigen wir jedoch die Momentangeschwindigkeiten, die während der Fahrt von der Tachometernadel angezeigt und evtl. von einem Fahrtenschreiber aufgezeichnet wurden und die nach oben und unten von der Durchschnittsgeschwindigkeit abweichen können.

Die Momentangeschwindigkeit ist die augenblickliche Geschwindigkeit  $v$  zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$ .

Nur wenn sich Körper mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, sind Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeiten gleich, wie es Beispiel 2.3 zeigt. Ändert sich die Geschwindigkeit mit der Zeit, etwa beim Anfahren oder Bremsen von Fahrzeugen, so sind Durchschnittsgeschwindigkeit und Momentangeschwindigkeit im Allgemeinen verschieden. Der Unterschied ist um so geringer, je kleiner man die Zeitspanne  $\Delta t$  und damit auch die Messstrecke  $\Delta s$  zur Geschwindigkeitsmessung nach Gl. (2.1) wählt.

Die Momentangeschwindigkeit  $v$  lässt sich auch *grafisch* aus dem Weg-Zeit-Diagramm ermitteln. In Beispiel 2.3 konnten Sie feststellen, dass sich der Betrag der Geschwindigkeit aus dem Anstieg der Kurve erkennen lässt. Diese Feststellung kann man verallgemeinern:

Die Geschwindigkeit entspricht dem Anstieg der Kurve im Weg-Zeit-Diagramm.

Mit Geschwindigkeit ohne weiteren Zusatz soll in Folgendem stets die Momentangeschwindigkeit gemeint sein. Unter dem Anstieg einer Kurve versteht man den **Anstieg der Tangente** an die Kurve, die diese im betreffenden Kurvenpunkt berührt (Bild 2.4).

Die Geschwindigkeit der in Bild 2.4 dargestellten Bewegung wird mit der Zeit größer. Dies erkennen Sie qualitativ an der immer steiler werdenden Kurve. Der Körper bewegt sich *beschleunigt*.

Die Beschleunigung gibt an, wie schnell sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert.

Wir können die Beschleunigung als Durchschnittsbeschleunigung  $\bar{a}$  aus der Geschwindigkeitsänderung  $\Delta v = v_2 - v_1$  und der dafür benötigten Zeitspanne  $\Delta t = t_2 - t_1$  ermitteln:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad [a] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (2.3) \quad \text{Durchschnittsbeschleunigung}$$

### Beispiel 2.4

Wie groß ist die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t = 3$  s, wenn die Weg-Zeit-Funktion durch folgende Tabelle gegeben ist?

$t/s$	0	1	2	3	4	5	6
$s/m$	0	1	4	9	16	25	36

*Lösung:*

Wir zeichnen das  $s$ - $t$ -Diagramm (Bild 2.4). An den Punkt (3 s; 9 m) legen wir eine Gerade, die die Kurve in diesem Punkt gerade berührt, ohne sie zu schneiden. An die so erhaltene Tangente zeichnen wir ein Steigungsdreieck, dessen Katheten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. Die Größe des Steigungsdreiecks kann beliebig gewählt werden. Es sollte aber zum Erreichen einer genügend großen Ablesegenauigkeit nicht zu klein sein. Am Steigungsdreieck lesen wir entsprechend den Koordinatenmaßstäben den Weg  $\Delta s = 17,5 \text{ m} - 2,5 \text{ m} = 15 \text{ m}$  und die Zeit  $\Delta t = 4,5 \text{ s} - 2,0 \text{ s} = 2,5 \text{ s}$  ab, deren Verhältnis als Anstieg die Geschwindigkeit ergibt:  $v = \Delta s / \Delta t = 15 \text{ m} / (2,5 \text{ s}) = 6,0 \text{ m/s}$ . Die Momentangeschwindigkeit nach 3 s beträgt  $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  gegenüber der Durchschnittsgeschwindigkeit in den ersten 3 s von  $\bar{v} = s/t = 9 \text{ m} / (3 \text{ s}) = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . (Die Ermittlung der Geschwindigkeit aus dem Anstieg der Kurve wird mathematisch exakter durch die

Schreibweise  $v = ds/dt$  zum Ausdruck gebracht.) Ermitteln sie zur Übung selbst die Geschwindigkeit für 2 s und 4 s, wofür Sie theoretisch  $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  und  $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  erhalten müssten.

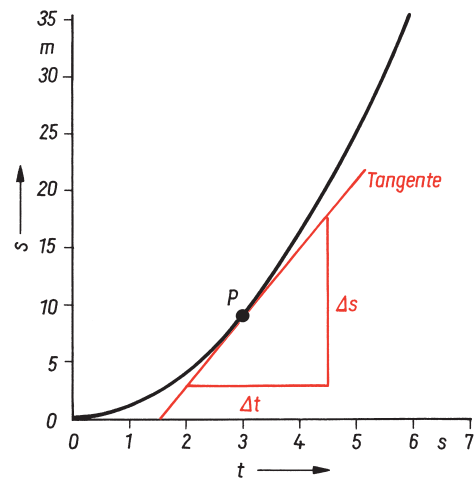


Bild 2.4: Grafische Ermittlung der Momentangeschwindigkeit

### Beispiel 2.5

Wie groß ist die Beschleunigung bei der Bewegung nach Beispiel 2.4, deren Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm in Bild 2.5 dargestellt ist?

*Lösung:*

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{4 \text{ s} - 2 \text{ s}} = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ s} \cdot \text{s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

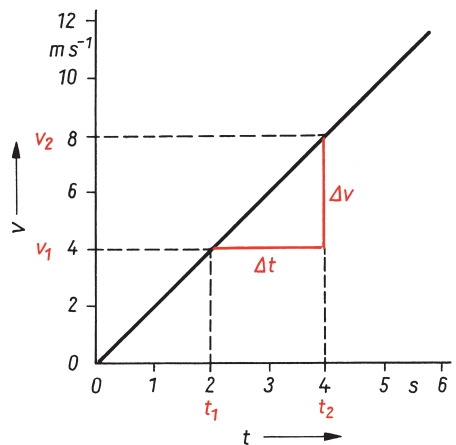


Bild 2.5: Grafische Ermittlung der Beschleunigung ( $a = \text{konst.}$ )



Eine Beschleunigung von  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  bedeutet, dass sich die Geschwindigkeit in 1 s um  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  erhöht. Bei einer verzögerten Bewegung ist die Beschleunigung negativ; die Geschwindigkeit nimmt ab.

Alle Ausführungen, die wir im Zusammenhang mit der Geschwindigkeit über Durchschnittswerte und Momentanwerte gemacht haben, treffen auch für die Beschleunigung zu, wenn jetzt anstelle der Weg-Zeit-Funktionen die Geschwindigkeits-Zeit-Funktionen betrachtet werden. So können wir zusammenfassend feststellen:

Geschwindigkeit ist der Quotient aus der Änderung des Weges und der dafür benötigten Zeit. Ihr Momentanwert entspricht dem Anstieg der Kurve im Weg-Zeit-Diagramm.

Beschleunigung ist der Quotient aus der Änderung der Geschwindigkeit und der dafür benötigten Zeit. Ihr Momentanwert entspricht dem Anstieg der Kurve im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

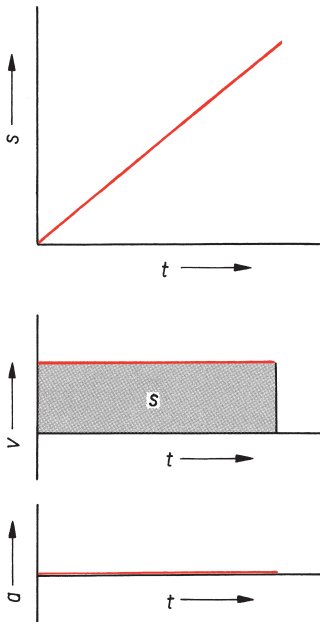


Bild 2.6: Bewegungsdiagramme einer gleichförmigen Bewegung

### Gleichförmige Bewegung

#### 2.1.1.2 Gleichförmige Bewegung

In Bild 2.6 sind die Bewegungsdiagramme einer **gleichförmigen Bewegung** dargestellt. In *gleichen Zeitspannen* werden *gleiche Wegstrecken* zurückgelegt. Die Kurve im  $s$ - $t$ -Diagramm stellt eine Gerade dar. Ihr Anstieg ist konstant, weil die Geschwindigkeit konstant ist. Im  $v$ - $t$ -Diagramm ergibt sich eine Parallele zur  $t$ -Achse. Deren Anstieg ist null, weil sich die Geschwindigkeit nicht ändert und deshalb die Beschleunigung null ist. Die Kurve im  $a$ - $t$ -Diagramm fällt deshalb mit der  $t$ -Achse zusammen.

Sie erinnern sich vielleicht, dass die Gleichung einer Geraden durch den Koordinatenursprung als lineare Funktion die Form  $y = mx$  hat, wobei  $m$  der Anstieg der Geraden ist. Die Gleichung der Weg-Zeit-Funktion der gleichförmigen Bewegung hat mit  $s = vt$  die gleiche mathematische Form. Der Weg ist der Zeit proportional, wobei die konstante Geschwindigkeit  $v$  den Proportionalitätsfaktor darstellt. Für die gleichförmige Bewegung gelten die Beziehungen

$$s = vt \quad (2.4)$$

$$v = \text{konst.} \quad (2.5)$$

$$a = 0 \quad (2.6)$$

Gl. (2.4) erlaubt eine weitere geometrische Deutung. Die Gleichung zur Berechnung einer Rechteckfläche  $A = lb$  hat als Produkt zweier Faktoren die gleiche Form wie  $s = vt$ . Deshalb entspricht die Fläche unter der Kurve im  $v$ - $t$ -Diagramm dem Weg  $s$ . Diese Fläche ist in Bild 2.6 gerastert. Sie dürfen allerdings nun nicht etwa den Weg in  $\text{cm}^2$  angeben, sondern müssen die Koordinatenmaßstäbe berücksichtigen. Entspricht z. B. 1 cm der  $v$ -Achse einer Geschwindigkeit von  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 1 cm

der  $t$ -Achse 2 s, so entspricht eine Fläche von  $1 \text{ cm}^2$  einem Weg von  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 2 \text{ s} = 20 \text{ m}$ . Eine grafische Ermittlung des Weges als Fläche im  $v$ - $t$ -Diagramm ist auch bei *beliebigen* Bewegungsformen möglich, wenn die Flächen keine Rechtecke sind, sondern kompliziertere Umrandungen haben.

Beginnt die Bewegung des Körpers nicht bei  $s = 0$ , so muss in Gl. (2.4) die Koordinate  $s_0$  des Weges zum Zeitpunkt  $t = 0$  als Anfangsweg addiert werden:

$$s = vt + s_0 \quad (2.7)$$

Beschreiben wir die Bewegung eines einzelnen Körpers, so können wir das Koordinatensystem stets so wählen, dass die Kurve im  $s$ - $t$ -Diagramm durch den Koordinatenursprung geht. Bei mehreren Körpern, die sich gleichzeitig von verschiedenen Orten aus bewegen, ist dies nicht möglich. In Bild 2.7 sind die Bewegungen zweier Körper dargestellt, die sich von zwei Orten aus aufeinander zu bewegen. Die Bewegung des Körpers in der der positiven  $s$ -Achse entgegengesetzten Richtung ergibt eine fallende Gerade, seine Geschwindigkeit ist negativ.

### Beispiel 2.6

An welchem Ort und zu welcher Zeit treffen sich zwei Fahrzeuge 1 und 2, die zur gleichen Zeit von zwei 90 km entfernten Orten  $A$  und  $B$  aus starten und sich aufeinander zu bewegen? Ihre Geschwindigkeiten seien konstant  $v_1 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  und  $v_2 = -50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

*Lösung:*

Wenn Sie die beiden Bewegungen maßstabsgerecht in einem  $s$ - $t$ -Diagramm darstellen, erhalten Sie Ort und Zeit des Treffens als Koordinaten des Schnittpunktes der beiden Geraden (Bild 2.7). Für die rechnerische Ermittlung ergeben sich als Ansatz die Gleichungen der beiden Geraden

$$s = v_1 t \quad (a)$$

$$s = v_2 t + s_0 \quad (b)$$

mit  $s_0$  als Strecke  $AB$ . Dies ist ein lineares Gleichungssystem aus 2 Gleichungen mit den 2 Unbekannten  $s$  und  $t$ . Gleichsetzen von (a) und (b) ergibt  $v_1 t = v_2 t + s_0$ . Daraus erhält man den Zeitpunkt des Treffens

$$t = \frac{s_0}{v_1 - v_2} = \frac{90 \text{ km} \cdot \text{h}}{[40 - (-50)] \cdot \text{km}} = 1,0 \text{ h} \quad (c)$$

Einsetzen von (c) in (a) ergibt den Ort des Treffens

$$s = \frac{v_1}{v_1 - v_2} s_0 = \frac{40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} \cdot 90 \text{ km} = 40 \text{ km} \quad (d)$$

Die Fahrzeuge treffen sich nach 1,0 h 40 km von  $A$  entfernt. Dies stimmt mit der grafischen Lösung in Bild 2.7 überein.

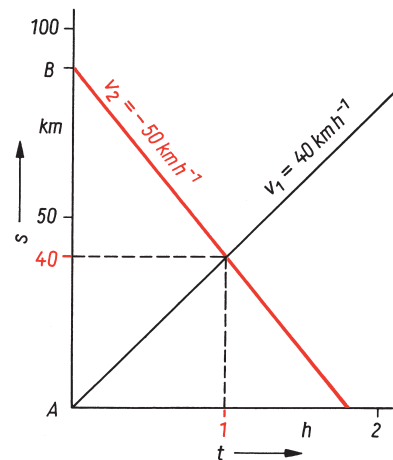


Bild 2.7: Weg-Zeit-Diagramm zweier sich begegnender Körper ( $v = \text{konst.}$ )

Bei manchen Maschinen- und Anlagenteilen ist es notwendig, dass sie sich mit großer Exaktheit gleichförmig zueinander bewegen. Dagegen ist das Einhalten konstanter Geschwindigkeiten bei Fahrzeugverkehr kaum möglich. Was ergibt sich nun, wenn Sie die für gleichförmige Bewegung gültige Gleichung  $s = vt$  für *ungleichförmige* Bewegungen benutzen? Wegen der konstanten Geschwindigkeit bei gleichförmiger Bewegung sind Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit gleich. Bei einer ungleichförmigen Bewegung ist dies jedoch nicht der Fall. Setzen

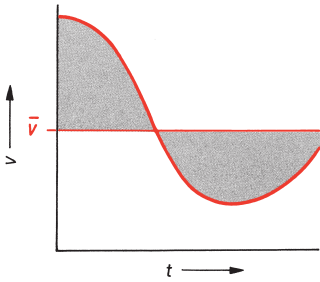


Bild 2.8: Grafische Ermittlung der Durchschnittsgeschwindigkeit

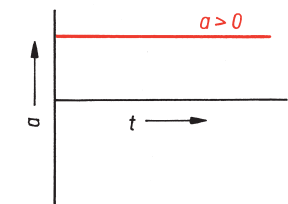
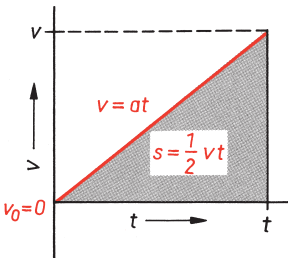
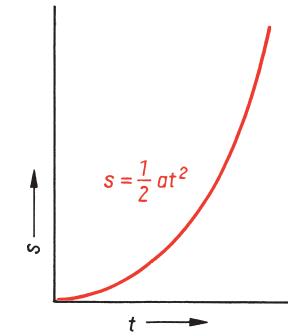


Bild 2.9: Bewegungsdiagramme einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit ( $v_0 = 0$ ,  $a > 0$ )

Sie die Momentangeschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung in Gl. (2.4) ein, so machen Sie grobe Fehler. Sie können jedoch Gl. (2.4) anwenden, wenn Sie mit der Durchschnittsgeschwindigkeit rechnen. Dies lässt sich leicht durch die Deutung des Weges als Fläche unter der Kurve im  $v$ - $t$ -Diagramm verstehen, indem Sie diese Fläche durch ein flächengleiches Rechteck ersetzen (Bild 2.8). Die Höhe dieses Rechtecks ist die Durchschnittsgeschwindigkeit. Sie können sich die Mittelwertbildung einer Funktion so vorstellen, als sei die zugehörige Kurve die obere Berandung des Querschnittes eines Sandhaufens, der nun mit einer Planierdrape eingeebnet wird. Die abgetragenen Sandberge müssen gerade die Täler ausfüllen. Die Höhe des Planums ist der gesuchte Mittelwert.

### 2.1.1.3 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Bild 2.9 zeigt die Bewegungsdiagramme einer **gleichmäßig beschleunigten Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit** ( $v_0 = 0$ ), wie sie beim Start eines Körpers aus der Ruhelage heraus auftreten kann. In *gleichen Zeitspannen* werden immer *größere Wegstrecken* zurückgelegt. Die Kurve im  $s$ - $t$ -Diagramm ist eine Parabel. Ihr Anstieg nimmt zu, weil die Geschwindigkeit wächst. Im  $v$ - $t$ -Diagramm ergibt sich eine ansteigende Gerade, die wegen  $v_0 = 0$  durch den Koordinatenursprung geht. Der Anstieg der Geraden ist konstant, weil die Geschwindigkeit gleichmäßig zunimmt und deshalb die Beschleunigung konstant ist. Die Kurve im  $a$ - $t$ -Diagramm ist somit eine Parallele zur  $t$ -Achse.

Die Gleichung der linearen Geschwindigkeits-Zeit-Funktion ist die Gleichung einer Geraden der Form  $v = at$ . Die Geschwindigkeit ist der Zeit proportional, wobei die konstante Beschleunigung  $a$  den Proportionalitätsfaktor darstellt.

Die Gleichung der Weg-Zeit-Funktion können Sie aus der Fläche unter der Kurve im  $v$ - $t$ -Diagramm ermitteln. Es handelt sich um die Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks, also eines halben Rechtecks, wofür sich  $s = (1/2) vt$  ergibt. Beachten Sie, dass  $s$  *nicht* proportional zu  $t$  ist, weil  $v$  nicht konstant, sondern selbst nochmals zeitabhängig ist. Setzen Sie nämlich für die Geschwindigkeit  $v = at$  ein, so erhalten Sie die quadratische Funktion  $s = (1/2) at^2$ . Deren Graph stellt eine Parabel dar, die für  $a > 0$  nach oben geöffnet ist. Die Tangente am Scheitelpunkt einer Parabel verläuft waagrecht, ihr Anstieg ist null. Wir finden deshalb den Scheitelpunkt der Parabel im  $s$ - $t$ -Diagramm dort, wo gleichzeitig die Geschwindigkeit null ist. In Bild 2.9 ist dies wegen  $v_0 = 0$  bei  $t = 0$  der Fall.

Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit gelten die Beziehungen

$$s = \frac{a}{2} t^2 \quad (2.8)$$

$$v = at \quad (2.9)$$

$$a = \text{konst.} \quad (2.10)$$

sowie

$$s = \frac{v}{2} t \quad (2.11)$$

$$v = \sqrt{2as} \quad (2.12)$$

Die Wurzelfunktion (2.12) stellt die Abhängigkeit der Geschwindigkeit vom Weg dar. Leiten Sie Gl. (2.12) selbst her, indem Sie aus den Gln. (2.9) und (2.11) die Zeit eliminieren!

Bild 2.10 zeigt die Bewegungsdiagramme einer **gleichmäßig beschleunigten Bewegung** mit Anfangsgeschwindigkeit ( $v_0 > 0$ ), wie sie auftritt, wenn eine bereits vorher erreichte Geschwindigkeit  $v_0$  weiter erhöht wird. Diese Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  ergibt sich aus dem Anstieg im  $s$ - $t$ -Diagramm am Koordinatenursprung bei  $t = 0$ . Die Gerade im  $v$ - $t$ -Diagramm schneidet die  $v$ -Achse bei  $v_0$ , so dass die zugehörige Geradengleichung hierfür  $v = at + v_0$  lautet. Die Fläche unter der Kurve im  $v$ - $t$ -Diagramm ist ein Trapez, für das sich  $s = (1/2)(v + v_0)t$  ergibt. Der Faktor  $(1/2)(v + v_0)$  ist die Durchschnittsgeschwindigkeit  $\bar{v}$ . Sie können die Trapezfläche auch erhalten, wenn Sie zur Rechteckfläche  $v_0 t$  die Dreiecksfläche  $(1/2)(v - v_0)t$  addieren. Setzen Sie für die Geschwindigkeit  $v = at + v_0$  ein, so erhalten Sie nach kurzer Rechnung die quadratische Funktion  $s = (1/2)at^2 + v_0 t$  als Gleichung der Parabel im  $s$ - $t$ -Diagramm. Ihr Scheitelpunkt ist in der rückwärtigen Verlängerung der Kurven da zu suchen, wo die Gerade im  $v$ - $t$ -Diagramm die  $t$ -Achse schneiden würde. Dort wäre die Geschwindigkeit gleich null.

Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit lässt sich als Überlagerung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit und einer gleichförmigen Bewegung mit  $v = v_0$  darstellen:

$$s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t \quad (2.13)$$

$$v = at + v_0 \quad (2.14)$$

$$a = \text{konst.}$$

sowie

$$s = \frac{v + v_0}{2} t \quad (2.15)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2as} \quad (2.16)$$

Bild 2.11 zeigt die Bewegungsdiagramme einer gleichmäßig *verzögerten* Bewegung, wie sie beim Abbremsen eines Körpers auftreten kann. Die nach unten geöffnete Parabel im  $s$ - $t$ -Diagramm hat am Anfang ihren größten Anstieg und wird bis zum Scheitelpunkt bei  $t = t_m$  immer flacher. Die Geschwindigkeit nimmt also gleichmäßig ab, bis der Körper bei  $t = t_m$  zur Ruhe kommt. Die Kurve im  $v$ - $t$ -Diagramm ist eine fallende Gerade, ihr Anstieg ist demzufolge negativ. Eine verzögerte Bewegung ist eine Bewegung mit *negativer* Beschleunigung  $a < 0$ , so dass die Kurve im  $a$ - $t$ -Diagramm eine Parallele zur  $t$ -Achse unterhalb der  $t$ -Achse ist.

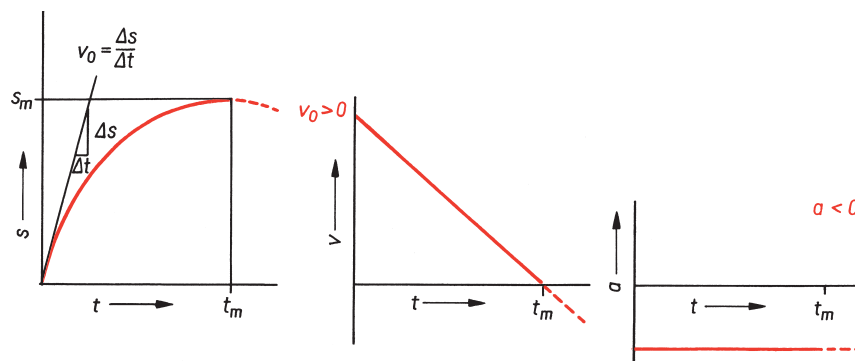


Bild 2.11: Bewegungsdiagramme einer gleichmäßig verzögerten Bewegung ( $v_0 > 0$ ,  $a < 0$ )

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

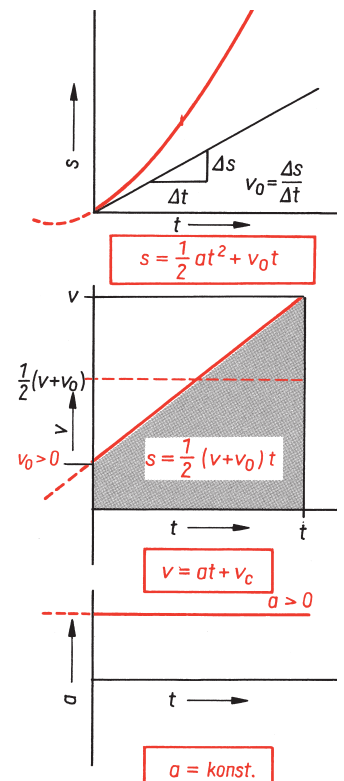


Bild 2.10: Bewegungsdiagramme einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit ( $v_0 > 0$ ,  $a > 0$ )

Wenn der Körper auch weiterhin für  $t > t_m$  die gleiche negative Beschleunigung erfährt, kehrt er nach Erreichen der Ruhelage bei  $t = t_m$  seine bisherige Bewegungsrichtung um und bewegt sich beschleunigt zurück. Dies ist in Bild 2.11 durch die gestrichelte Fortsetzung der Kurven dargestellt. Der Anstieg des fallenden Parabelastes im  $s$ - $t$ -Diagramm ist negativ entsprechend der negativen Geschwindigkeit der Rückwärtsbewegung. Dabei kommt der Körper an jedem Ort  $s < s_m$  nochmals vorbei.

Für die gleichmäßig verzögerte Bewegung gelten die selben Gleichungen (2.13) bis (2.16), wenn Sie bei Berechnungen die Beschleunigung mit negativen Werten einsetzen, also z. B.  $a = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .



Vielleicht ist Ihnen die hier gewählte Betrachtungsweise ungewohnt, um Zusammenhänge zwischen physikalischen Vorgängen und ihrer grafischen und funktionalen Darstellung aufzuzeigen. Sie sollten diese Zusammenhänge gründlich durchdenken, da sich solche Betrachtungsweisen nicht auf die Kinematik beschränken, sondern von allgemeinerer Bedeutung sind. In der Mathematik ist die Untersuchung des Anstieges von Kurven Gegenstand der Differentialrechnung, die Ermittlung von Flächen Gegenstand der Integralrechnung.

Die 4 Gleichungen (2.13) bis (2.16) stellen für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit einer Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  jeweils Gleichungen zwischen 3 der 4 kinematischen Größen Weg, Zeit, Geschwindigkeit und Beschleunigung dar. Für den Ansatz zur Lösung von Aufgaben mag deshalb folgendes Schema nützlich sein, worin die in jeder Gleichung vorkommenden Größen angekreuzt sind:

		$v$	$s$	$a$	$t$
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$	(2.13)	–	+	+	+
$v = at + v_0$	(2.14)	+	–	+	+
$s = \frac{1}{2}(v + v_0)t$	(2.15)	+	+	–	+
$v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$	(2.16)	+	+	+	–

### Beispiel 2.7

Wie groß ist die Beschleunigung eines Körpers, der sich 5,0 s lang mit einer konstanten Geschwindigkeit von  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  bewegt?

*Lösung:*

Sie haben sich sicher mit dieser Aufgabe nicht hereinlegen lassen. Selbstverständlich ist bei einer gleichförmigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit die Beschleunigung  $a = 0$ .

### Beispiel 2.8

Wie groß sind die Beschleunigung und der zurückgelegte Weg eines Pkw, der in 11 s von  $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  auf  $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  beschleunigt?

*Lösung:*

Gl. (2.14) ergibt die Beschleunigung zu  $a = (v - v_0)/t = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}/(11 \text{ s}) = 11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}/(11 \text{ s}) = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Nach Gl. (2.15) ist der zurückgelegte Weg  $s = (1/2) \cdot (v + v_0)/t = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 11 \text{ s} = 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 11 \text{ s} = 244 \text{ m}$ .

**Beispiel 2.9**

Berechnen Sie Bremsweg und Bremszeit für einen Lkw, der von  $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  mit  $-4,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  gleichmäßig bis zum Stillstand abgebremst wird! Zeichnen Sie maßstäblich die Bewegungsdiagramme!

*Lösung:*

Mit  $v = 0$  erhalten Sie die Bremszeit nach Gl. (2.14) zu  $t = (v - v_0)/a = (0 - 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})/(-4,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) = 4,2 \text{ s}$  und den Bremsweg nach Gl. (2.16) zu  $s = (v^2 - v_0^2)/(2a) = (-400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})/(-9,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) = 42 \text{ m}$ . Zum Zeichnen des Weg-Zeit-Diagramms stellen Sie mit  $s = (a/2) t^2 + v_0 t$  eine Wertetabelle auf:

$t/s$	0	1	2	3	4,2
$s/m$	0	18	30	38	42

Die Bewegungsdiagramme sind in Bild 2.12 maßstäblich dargestellt.

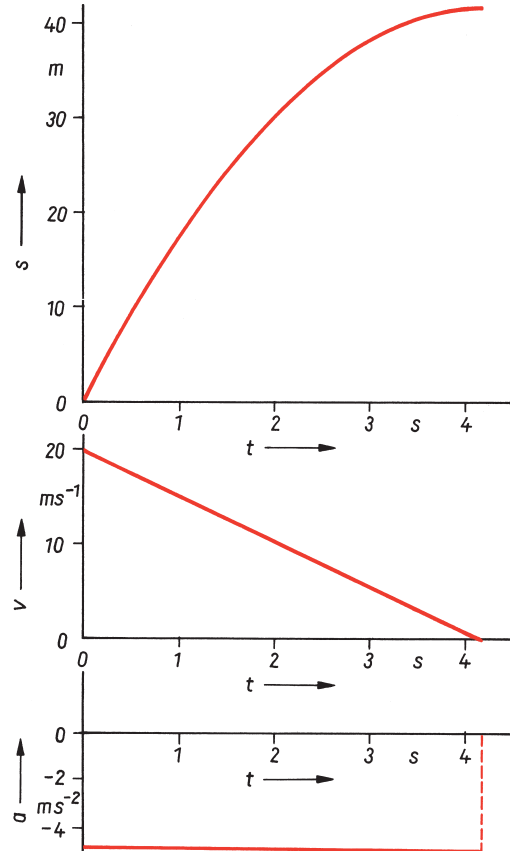


Bild 2.12: Bewegungsdiagramme zu Beispiel 2.9

**Beispiel 2.10**

Wie groß sind die gesamte Fahrzeit und der insgesamt zurückgelegte Weg für die Fahrt eines Kleintransporters im Betriebsgelände? Das Fahrzeug erreicht beim Anfahren mit einer Beschleunigung von  $0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  eine Geschwindigkeit von  $24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , fährt dann mit dieser Geschwindigkeit  $15 \text{ s}$  lang gleichförmig weiter, um anschließend auf  $8,0 \text{ m}$  bis zum Stillstand abzubremsten.

*Lösung:*

Der Bewegungsablauf setzt sich aus 3 aufeinanderfolgenden Teilbewegungen zusammen (Bild 2.13).

1. Das Anfahren mit  $a_1 = 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  von  $v_{01} = 0$  auf  $v_1 = 24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  erfolgt auf einem Weg von  $s_1 = v_1^2/(2a_1) = 41 \text{ m}$  und dauert  $t_1 = v_1/a_1 = 12,3 \text{ s}$ .
2. Beim Weiterfahren mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_2 = v_1$  wird in  $t_2 = 15 \text{ s}$  ein Weg  $s_2 = v_1 t_2 = 100 \text{ m}$  zurückgelegt.

3. Das Abbremsen längs der Bremsstrecke  $s_3 = 8,0 \text{ m}$  von  $v_{03} = v_1$  auf  $v_3 = 0$  dauert  $t_3 = 2(s_3/v_{03}) = 2,4 \text{ s}$ .

Der Gesamtweg von  $s = s_1 + s_2 + s_3 = 149 \text{ m}$  wird in der Gesamtzeit von  $t = t_1 + t_2 + t_3 \approx 30 \text{ s}$  zurückgelegt.

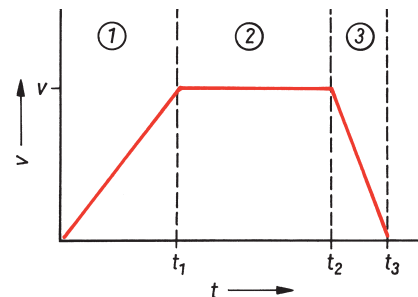


Bild 2.13: Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm zu Beispiel 2.10

### 2.1.1.4 Freier Fall

Vergleichen Sie ein zu Boden flatterndes Blatt Papier mit einer herabfallenden Stahlkugel, so scheinen die Fallbewegungen verschiedener Körper sehr unterschiedlich und kompliziert zu sein. Diese Komplikationen entstehen durch den Einfluss des Luftwiderstandes auf die fallenden Körper (s. 6.4.3.3). Könnten wir die Fallbewegungen des Papierstückchens und der Stahlkugel in einer luftleer gepumpten Glasröhre beobachten, so würden wir keine Unterschiede mehr wahrnehmen. Der Fall *ohne* Einfluss des Luftwiderstandes heißt **freier Fall**.

Der freie Fall ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Fallbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Die konstante Fallbeschleunigung ist dabei **unabhängig** von der Masse, der Form und sonstigen Eigenschaften der fallenden Körper. Ihr genauer Wert hängt dagegen geringfügig von der geografischen Breite und der Höhe über dem Meeresspiegel ab. Wir können zur Beschreibung des freien Falls die Gleichungen (2.8) bis (2.12) benutzen, wenn wir für  $a$  die Fallbeschleunigung  $g$  einsetzen und den Weg  $s$  wie üblich als Höhe  $h$  bezeichnen:

$$h = \frac{g}{2} t^2 \quad (2.17)$$

$$v = gt \quad (2.18)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad (2.19)$$

Die Gleichungen (2.13) bis (2.16) beschreiben entsprechend einen senkrechten Wurf mit der Abwurfgeschwindigkeit als Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$ . Wählt man die Wurfrichtung als positive Richtung für die Höhe  $h$ , so ergibt sich mit  $a = -g$  der senkrechte Wurf nach oben, mit  $a = +g$  der senkrechte Wurf nach unten. Bild 2.13 stellt auch die Bewegungsdiagramme für den senkrechten Wurf nach oben dar. Der geworfene Körper bewegt sich bis zum Erreichen der größten Höhe  $s_m = h_m$  verzögert nach oben, um dann aus dieser Höhe wieder beschleunigt herabzufallen. Er erreicht dabei an der Abwurfstelle  $h = 0$  wieder die Anfangsgeschwindigkeit, jedoch in entgegengesetzter Richtung.



Bild 2.14: Fallturm in Bremen für Untersuchungen unter Mikrogravitation

#### Beispiel 2.11

Der Fallturm in Bremen mit einer Gesamthöhe von 145,5 m ist ein Großlabor mit einer 110 Meter hohen evakuierten Fallröhre, in der Fallexperimente im Vakuum durchgeführt werden. Wie groß ist die Fallzeit und welche Endgeschwindigkeit wird erreicht?

*Lösung:*

Die Fallzeit errechnet sich aus  $h = (g/2) t^2$ . Für 4,7 s Fallzeit werden beim freien Fall Bedingungen der Schwere-

losigkeit für den fallenden Körper geschaffen, wie sie sonst nur zu wesentlich höheren Kosten im Weltraum realisiert werden können. Die Endgeschwindigkeit beträgt dabei  $v = gt = (9,81 \text{ m/s}^2) \cdot 4,74 \text{ s} = 46,5 \text{ m/s}$ . Die Zeit der Schwerelosigkeit kann verdoppelt werden, indem die Fallkapsel durch ein Katapult am Turmfuß zuerst bis zur Turmspitze mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 46,5 m/s hochgeschossen wird. (Bild 2.14)

**Beispiel 2.12**

Wie tief ist ein Brunnen, in den ein Stein hineinfällt, der nach 4,0 s die Wasserfläche erreicht?

*Lösung:*

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (4 \text{ s})^2 = 78,5 \text{ m}$$

**Beispiel 2.13**

Wie verhalten sich die Höhen, die in der 1., 2., 3. und 4. Sekunde frei durchfallen werden?

*Lösung:*

Nach Gl. (2.17) werden gerundet in 1 s 5 m, in 2 s 20 m, in 3 s 45 m und in 4 s 80 m durchfallen. Damit sind die

durchfallenen Höhen in der 1. Sekunde 5 m, in der 2. Sekunde 20 m – 5 m = 15 m, in der 3. Sekunde 45 m – 20 m = 25 m und in der 4. Sekunde 80 m – 45 m = 35 m. Diese Höhen verhalten sich wie die Glieder der Folge der ungeraden Zahlen 1 : 3 : 5 : 7.

**Beispiel 2.14**

Wann erreicht ein mit  $v_0 = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  senkrecht nach oben geworfener Körper eine Höhe von a) 5,0 m; b) 10 m; c) 20 m?

*Lösung:*

Aus Gl. (2.13) ergibt sich mit  $a = -g$  die Höhe  $h = (-g/2) t^2 + v_0 t$ . Diese quadratische Gleichung hat die Normalform  $t^2 - (2 v_0/g) t + 2 h/g = 0$ . Mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen folgt daraus

$$t_{1,2} = \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}}$$

womit sich die speziellen Ergebnisse errechnen lassen.

- a) Für  $h = 5,0 \text{ m}$  ist der Radikand positiv. An einer Höhe von 5,0 m kommt der Körper nach  $t_1 = 0,42 \text{ s}$  beim Hochwerfen und nochmals nach  $t_2 = 2,44 \text{ s}$  beim Wiederherabfallen vorbei.
- b) Für  $h = 10 \text{ m}$  wird der Radikand null. Die Höhe von 10 m ist die Gipfelhöhe, die mit  $v_0 = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  nach  $t_1 = t_2 = 1,43 \text{ s}$  erreicht wird.
- c) Für  $h = 20 \text{ m}$  wird der Radikand negativ. Es existiert keine reelle Lösung. Dies bedeutet, dass der Körper in Höhen größer als die Gipfelhöhe überhaupt nicht kommen kann.

### 2.1.1.5 Relativität der Bewegung und Überlagerung von Bewegungen

Sie kennen sicher die Schwierigkeit, zu entscheiden, welcher Zug fährt, wenn Sie in dem einen Zug sitzen und durchs Fenster nur den anderen Zug auf dem Nachbargleis sehen können. So stellen Sie nur die Relativbewegung zwischen beiden Zügen fest. Erst ein Blick aufs Gleis zeigt, welcher Zug sich relativ zum Gleis bewegt.

Jede Bewegung ist relativ. Ihre Beschreibung erfordert die Wahl eines Bezugssystems.

In den bisherigen Abschnitten haben wir stillschweigend die als ruhend angenommene Umgebung der Körper als Bezugssystem gewählt. So bezogen wir die Bewegung von Fahrzeugen auf die Straße mit ihren Kilometersteinen. Das muss jedoch nicht so sein. Für die Folgen eines Zusammenstoßes zweier Fahrzeuge ist allein die Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Fahrzeugen entscheidend. Sind die Geschwindigkeiten relativ zur Straße  $v_1 = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  und  $v_2 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , so



ist die Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Fahrzeugen bei einem Auffahrunfall  $v_1 - v_2 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , bei einem frontalen Zusammenstoß jedoch  $v_1 + v_2 = 130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Wenn Sie eine Bootsfahrt unternehmen, können Sie die Bewegung des Bootes sowohl relativ zum Wasser als auch relativ zum Ufer beschreiben. Bei einer Fahrt auf einem stehenden Gewässer ergibt sich dabei kein Unterschied. Anders jedoch bei einer Flussfahrt, bei der sich der Bewegung des Bootes relativ zum Wasser die Bewegung des fließenden Wassers relativ zum Ufer überlagert.

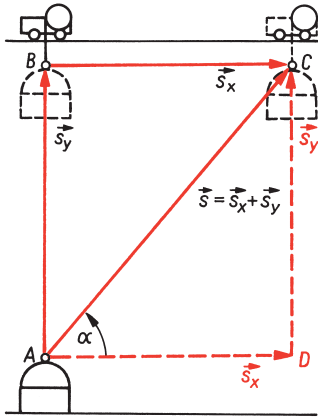


Bild 2.15: Überlagerung der Bewegungen eines Werkstückes an einem Portalkran

Führt ein Körper gleichzeitig mehrere Bewegungen aus, so überlagern sich diese Bewegungen unabhängig, als würden die einzelnen Bewegungen nacheinander ablaufen.

Wir wollen diesen *Überlagerungssatz* an dem schon früher erwähnten Beispiel der Bewegung eines Werkstückes am Kranhaken eines Portalkrans erläutern. Das Werkstück bewegt sich durch das Hebewerk nach oben, während es sich gleichzeitig mit der Laufkatze quer zum Arbeitsbereich bewegt (Bild 2.15). So erreicht der Greifer aus der Anfangslage A die Endlage C. Die gleiche Endlage würde erreicht, wenn der Greifer sich zunächst bei ruhender Laufkatze von A nach B und danach in gleichbleibender Höhe mit der Laufkatze von B nach C bewegt. Die Reihenfolge der Teilbewegungen lässt sich auch vertauschen, indem der Greifer sich zuerst mit der Laufkatze von A nach D bewegt und dann von D nach C angehoben wird.

Die Möglichkeit, die *resultierende* Bewegung durch das Nacheinander von Teilbewegungen zu erhalten, charakterisiert den Weg  $\vec{s}$  als *vektorielle* Größe. Der Pfeil über dem Größensymbol bedeutet, dass neben dem Betrag  $s$  die Richtung des Weges zu berücksichtigen ist. Der resultierende Weg  $\vec{s}$  ergibt sich durch Aneinanderlegen der Teilwege  $\vec{s}_x$  und  $\vec{s}_y$ . Diese Operation wird als Vektoraddition bezeichnet und symbolisch durch die Vektorgleichung

$$\vec{s} = \vec{s}_x + \vec{s}_y \quad (2.20)$$

ausgedrückt. Unterscheiden Sie dies deutlich von der Addition der Beträge, die nur möglich ist, wenn beide Vektoren die gleiche Richtung haben.

Da in unserem Beispiel die beiden Teilbewegungen rechtwinklig zueinander verlaufen, haben wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit  $x$ - und  $y$ -Achse eingeführt. Die Beträge  $s_x$  und  $s_y$  der Teilwege in  $x$ - und  $y$ -Richtung sind die Komponenten des Vektors  $\vec{s}$  (Bild 2.16). Der **Betrag** von  $\vec{s}$  ergibt sich aus den Komponenten nach dem Satz des PYTHAGORAS

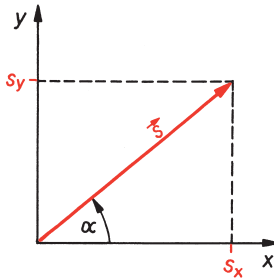


Bild 2.16: Darstellung eines Vektors durch Komponenten

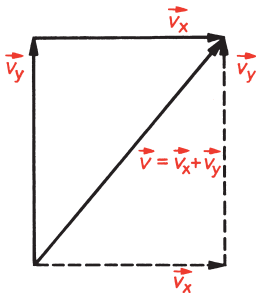


Bild 2.17: Vektorielle Addition von Geschwindigkeiten

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad (2.21)$$

Andererseits ergeben sich die **Komponenten** aus dem Betrag von  $\vec{s}$  und dem Winkel  $\alpha$ , den  $\vec{s}$  mit der  $x$ -Achse bildet, zu

$$s_x = s \cdot \cos \alpha \quad (2.22)$$

$$s_y = s \cdot \sin \alpha \quad (2.23)$$

Berücksichtigen wir den Vektorcharakter des Weges bei der Ermittlung der Geschwindigkeit, so erhalten wir auch die Geschwindigkeit als Vektor  $\vec{v}$ . Sind  $\vec{v}_x$  und  $\vec{v}_y$ , die Geschwindigkeiten in  $x$ - und  $y$ -Richtung, so bekommen wir die resul-

tierende Geschwindigkeit  $\vec{v}$  ebenfalls durch Aneinanderlegen der die Vektoren repräsentierenden Pfeile, deren Länge den Beträgen der Vektoren entspricht (Bild 2.17). Der Betrag der resultierenden Geschwindigkeit ist

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (2.24)$$

### Beispiel 2.15

Wie bewegt sich ein Boot, das mit einer Geschwindigkeit von  $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  senkrecht zum Ufer einen  $100 \text{ m}$  breiten Fluss mit einer Strömungsgeschwindigkeit von  $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  überqueren soll?

*Lösung:*

Wir wählen ein Koordinatensystem, dessen  $x$ -Achse senkrecht zum Ufer und dessen  $y$ -Achse in Strömungsrichtung zeigt (Bild 2.18). Infolge der Unabhängigkeit der Teilbewegungen dauert die Flussüberquerung unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit  $t = s_x/v_x = 100 \text{ m} / (2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) = 50 \text{ s}$ . In dieser Zeit wird das Boot um  $s_y = v_y t = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 50 \text{ s} = 50 \text{ m}$  abgetrieben. Es bewegt sich wegen  $\tan \alpha = s_y/s_x = 0,5$  unter einem Winkel  $\alpha = 26,5^\circ$  zur  $x$ -Achse mit einer resultierenden Geschwindigkeit von  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2,24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  und legt dabei einen Weg von  $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = 112 \text{ m}$  zurück.

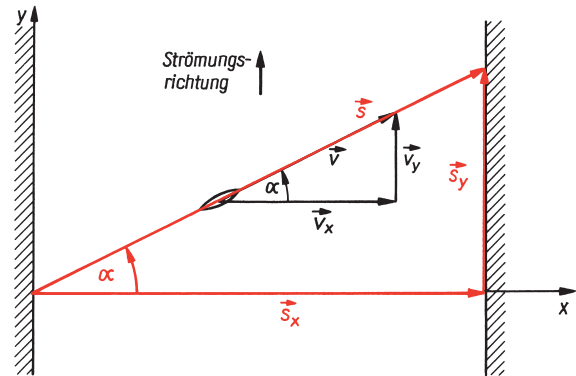


Bild 2.18: Flussüberquerung (zu Beispiel 2.15)

Sind die beiden Teilbewegungen geradlinig und gleichförmig, so ist es auch die resultierende Bewegung. Wenn jedoch eine Teilbewegung beschleunigt abläuft, so ist dies nicht mehr der Fall. Betrachten wir hierzu den **waagerechten Wurf** z. B. beim Abwerfen des Fördergutes am Ende eines waagerechten Förderbandes. Dabei überlagern sich die gleichförmige Bewegung des Fördergutes mit Bandgeschwindigkeit in  $x$ -Richtung und der freie Fall in  $y$ -Richtung (Bild 2.19):

$$s_x = v_x t \quad (2.25)$$

$$s_y = \frac{g}{2} t^2 \quad (2.26)$$

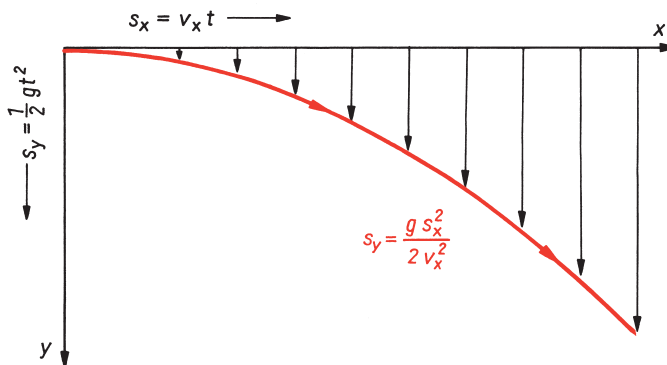


Bild 2.19: Wurfpardel beim waagerechten Wurf

### Schräger Wurf



Beim Wurf unter dem Abwurfinkel  $\alpha$  ergibt sich aus der Zerlegung der Anfangsgeschwindigkeit in eine  $x$ - und eine  $y$ -Komponente die Wurfpardel zu  $y = -(g/2) x^2 / (v_o^2 \cos^2 \alpha)$  mit der Wurfhöhe  $y_h = v_o^2 \sin^2 \alpha / 2g$  und der Wurfweite  $x_w = v_o^2 \sin 2\alpha / g$ .

Um die Bahnkurve zu berechnen, lösen wir Gl. (2.25) nach  $t$  auf und setzen dies in Gl. (2.26) ein. Wir erhalten

### Wurfparabel

$$s_y = \frac{gs_x^2}{2v_x^2} \quad (2.27)$$

als Gleichung einer Parabel, der sog. Wurfparabel für waagerechten Wurf.

#### Beispiel 2.16

In welcher Entfernung vom Ende eines waagerechten Förderbandes treffen die abgeworfenen Steine auf dem 3,0 m tiefer liegenden Boden auf? Die Bandgeschwindigkeit beträgt  $0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

*Lösung:*

Um  $3,0 \text{ m}$  tief zu fallen, benötigt ein Stein die Zeit  $t = \sqrt{2s_y/g} = 0,78 \text{ s}$ . In dieser Zeit bewegen sich die Steine in  $x$ -Richtung um  $s_x = v_x t = 0,39 \text{ m}$  weiter. Das gleiche Ergebnis erhalten Sie, wenn Sie Gl. (2.27) gleich nach  $s_x$  auflösen. Probieren Sie es!

## 2.1.2 Bewegung auf der Kreisbahn

Ein Körper, den wir uns als Punktmasse denken, bewege sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $r$ . Betrachten wir nur die Beträge des Weges  $s$ , der Geschwindigkeit  $v$  und der Beschleunigung  $a$  längs der Kreisbahn, so lässt sich die **Kreisbewegung** durch diese Bahngrößen in gleicher Weise beschreiben, wie wir es von der geradlinigen Bewegung her kennen (s. 2.1.1). So bedeutet die Bezeichnung „gleichförmige Kreisbewegung“, dass es sich um eine Kreisbewegung mit *konstantem Betrag* der Bahngeschwindigkeit  $v$  handelt.

Die *Besonderheiten* der Kreisbewegung gegenüber einer geradlinigen Bewegung bestehen darin, dass

- die gleichförmige Kreisbewegung eine *periodische Bewegung* ist;
- sich die Kreisbewegung auch durch *Winkelgrößen* beschreiben lässt;
- die Kreisbewegung wie jede krummlinige Bewegung immer eine *beschleunigte Bewegung* ist, da sich die Richtung der Geschwindigkeit ändert.

### 2.1.2.1 Periodendauer und Frequenz

Wandern Sie im Kreise, so befinden Sie sich nach einer bestimmten Zeit  $T$  wieder am Ausgangspunkt Ihrer Wanderung. Setzen Sie Ihre Wanderung gleichförmig fort, so wiederholt sich in jeder Runde der Vorgang. In der Zeit  $T$  hat der Körper jeweils einen vollen Umlauf ausgeführt und dabei einen Weg zurückgelegt, der gleich dem Umfang  $2\pi r$  der Kreisbahn ist.

Die Periodendauer  $T$  einer Kreisbewegung ist die Zeit für einen Umlauf auf der Kreisbahn und heißt auch Umlaufzeit.

Zählen Sie auf Ihrer Wanderung im Kreise die Anzahl  $z$  der in der Zeit  $t$  zurückgelegten Runden, so lässt sich die Frequenz ermitteln:

### Frequenz

$$f = \frac{z}{t} \quad (2.28)$$

$$[f] = \text{s}^{-1} = \text{Hz (Hertz)}$$

Die Frequenz  $f$  einer Kreisbewegung ist der Quotient aus der Anzahl  $z$  der Umläufe und der dafür benötigten Zeit  $t$ . Sie heißt Umlauffrequenz oder Drehzahl.

Da in der Periodendauer  $T$  gerade ein Umlauf ( $z = 1$ ) ausgeführt wird, ist die Frequenz der *Kehrwert* der Periodendauer:

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.29)$$

Mit  $f$  bzw.  $T$  können wir den Betrag der Bahngeschwindigkeit  $v$  für eine gleichförmige Bewegung auf einer Kreisbahn vom Radius  $r$  berechnen:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r z}{t} = 2\pi r f = \frac{2\pi r}{T} \quad (2.30)$$

Dieses Ergebnis besagt, dass in der Umlaufzeit  $T$  mit der Bahngeschwindigkeit  $v$  als Weg gerade der Kreisumfang  $2\pi r$  zurückgelegt wird.

### 2.1.2.2 Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung

Sie schleudern eine Kugel an einem Faden im Kreis herum. Der straff gespannte Faden markiert den Radius der Kreisbahn, auf der sich die Kugel bewegt. Während die Kugel einen Bogen der Länge  $s$  als Weg zurücklegt, überstreicht der Faden einen dazugehörigen **Winkel**  $\varphi$  (Bild 2.20).

Der Winkel  $\varphi$  ist der Quotient aus Bogenlänge  $s$  und Radius  $r$ :

$$\varphi = \frac{s}{r} \quad (2.31)$$

$$[\varphi] = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1 = \text{rad (Radiant)}$$

Die Einheit des Winkels im Bogenmaß ist als Quotient zweier Längen gleich 1. Um hervorzuheben, wann es sich bei Zahlenangaben um Winkel handelt, sieht das SI dafür die Einheit „Radiant“ (rad) vor. Wir werden diese Einheit bei Rechnungen mit Winkeln im Bogenmaß und in abgeleiteten Einheiten nicht verwenden. Sie sind jedoch sicher daran gewöhnt, Winkel in Grad anzugeben. Die Umrechnung zwischen Bogen- und Gradmaß erfolgt am einfachsten über den Winkel eines Vollkreises von  $360^\circ$ . Im Bogenmaß müssen Sie hierfür in Gl. (2.31) für  $s$  den Umfang des Kreises  $2\pi r$  einsetzen, wobei sich der Radius  $r$  herauskürzt. Es gilt also  $2\pi = 360^\circ$ . Der Winkel  $\varphi = 1$ , bei dem die Bogenlänge gleich dem Radius ist, hat im Gradmaß  $\varphi = 57,3^\circ$ . Also ist  $1 \text{ rad} = 57,3^\circ$ . Bewegt sich ein Körper auf einer Kreisbahn, so vergrößert sich der vom Radius überstrichene Winkel mit der Zeit. Die Änderung des Winkel  $\Delta\varphi$  in der Zeitspanne  $\Delta t$  ergibt die *durchschnittliche Winkelgeschwindigkeit*  $\bar{\omega}$ :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2.32)$$

$$[\omega] = \text{s}^{-1}$$

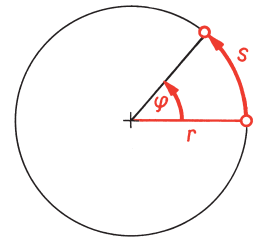


Bild 2.20: Zur Definition des Winkels

Winkel

Winkelgeschwindigkeit

Da in der Umlaufzeit  $T$  der Winkel  $2\pi = 360^\circ$  überstrichen wird, gilt für die Winkelgeschwindigkeit auch

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2.33)$$



Beachten Sie, dass die Einheit Hertz (Hz) allein die Einheit der Frequenz ist und deshalb nicht für  $\omega$  benutzt werden darf.

Entsprechend ergibt sich die *durchschnittliche Winkelbeschleunigung*  $\bar{\alpha}$  als Änderung der Winkelgeschwindigkeit  $\Delta\omega$  in der Zeitspanne  $\Delta t$ :

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (2.34)$$

Winkelbeschleunigung

$$[\alpha] = \text{s}^{-2}$$

*Momentanwerte* der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  entsprechen dem Anstieg der Kurven im  $\varphi$ - $t$ -Diagramm, die der Winkelbeschleunigung  $\alpha$  dem Anstieg in  $\omega$ - $t$ -Diagramm. Die Beschreibung von Bewegungen auf Kreisbahnen ist durch die *Winkelgrößen*  $\varphi$ ,  $\omega$  und  $\alpha$  möglich und sehr nützlich. Die entsprechenden Gleichungen und Diagramme erhalten Sie, wenn Sie in den Gleichungen und Diagrammen der geradlinigen Bewegung (s. 2.1.1) überall  $s$  durch  $\varphi$ ,  $v$  durch  $\omega$  und  $a$  durch  $\alpha$  ersetzen. Für die **gleichförmige Bewegung auf der Kreisbahn** gelten so analog den Gln. (2.4) bis (2.6) die Beziehungen

$$\varphi = \omega t \quad (2.35)$$

$$\omega = 2\pi f = \text{konst.} \quad (2.36)$$

$$\alpha = 0 \quad (2.37)$$

Die **gleichmäßig beschleunigte Bewegung auf der Kreisbahn** wird analog den Gln. (2.13), (2.14) und (2.10) beschrieben durch

$$\varphi = \frac{\alpha}{2} t^2 + \omega_0 t \quad (2.38)$$

$$\omega = \alpha t + \omega_0 \quad (2.39)$$

$$\alpha = \text{konst.} \quad (2.40)$$

Die **Bahngrößen** längs der Kreisbahn sind den **Winkelgrößen** *proportional*, wobei der Radius der Proportionalitätsfaktor ist:

$$s = \varphi r \quad (2.41)$$

$$v = \omega r \quad (2.42)$$

$$a = \alpha r \quad (2.43)$$

Bahngrößen sind Winkelgrößen mal Radius.

### 2.1.2.3 Radialbeschleunigung

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist zwar der **Betrag**  $v$  der Bahngeschwindigkeit  $\vec{v}$  konstant, sie ändert jedoch ständig ihre *Richtung* (Bild 2.21). Die durch diese Richtungsänderung bewirkte Geschwindigkeitsänderung  $\Delta\vec{v}$  ergibt

eine **Radialbeschleunigung**  $a_r$ . Die Radialbeschleunigung wirkt *senkrecht* zur Bewegungsrichtung und zeigt *radial* zum Kreismittelpunkt hin. Sie kann deshalb nur die Richtung, nicht dagegen den Betrag der Bahngeschwindigkeit ändern.

Der Betrag der Radialbeschleunigung errechnet sich aus dem Produkt von Bahn- und Winkelgeschwindigkeit:

$$a_r = v\omega \quad (2.44)$$

$$a_r = \omega^2 r \quad (2.45)$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad (2.46)$$

Wie hängt nun die Radialbeschleunigung vom Radius ab? Wir vergleichen dazu zwei Körper auf Kreisbahnen mit unterschiedlichen Radien. Sind die beiden Körper starr verbunden, so weisen sie die *gleiche Winkelgeschwindigkeit* bei *unterschiedlichen Bahngeschwindigkeiten* auf. Nach Gl. (2.45) ist hierbei die Radialbeschleunigung dem Radius *direkt* proportional. Bewegen sich dagegen die beiden Körper auf ihren Kreisbahnen mit *gleicher Bahngeschwindigkeit*, wodurch sie *unterschiedliche Winkelgeschwindigkeiten* haben, so ist die Radialbeschleunigung nach Gl. (2.46) dem Radius *umgekehrt* proportional. Durchdenken Sie diese Zusammenhänge nochmals in aller Ruhe!

### Radialbeschleunigung

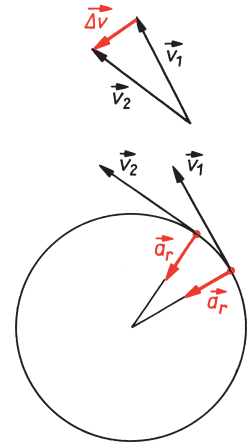


Bild 2.21: Radialbeschleunigung als zeitliche Änderung der Geschwindigkeitsrichtung bei einer gleichförmigen Kreisbewegung

#### Beispiel 2.17

Vergleichen Sie Winkelgeschwindigkeit, Bahngeschwindigkeit und Radialbeschleunigung von zwei Körpern, die sich mit der gleichen Frequenz von 5,0 Hz auf unterschiedlichen Kreisbahnen mit den Radien  $r_1 = 100$  mm und  $r_2 = 200$  mm bewegen.

*Lösung:*

Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5,0 \text{ s}^{-1} = 31,4 \text{ s}^{-1}$  ist unabhängig vom Radius und deshalb für beide Körper gleich. Die Bahngeschwindigkeit  $v_2 = \omega r_2 = 6,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  und die Radialbeschleunigung  $a_{r2} = \omega^2 r_2 = 197 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  von Körper 2 sind wegen des zweifach größeren Radius doppelt so groß wie von Körper 1 mit  $v_1 = 3,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  und  $a_{r1} = 98,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

## 2.2 Kinematik des starren Körpers

Bei der Bewegung eines Fahrzeugs über größere Entfernungen konnten wir das Fahrzeug stark vereinfacht als Punktmasse auffassen. Dieses Modell ist jedoch nicht immer geeignet. So können wir es nicht verwenden, wenn wir die Bewegung eines Rades des Fahrzeuges allein beschreiben wollen. Sehen wir von geringfügigen Verformungen des Rades ab, so kann das Rad als **starrer Körper** behandelt werden. Einen starren Körper können wir uns aus einzelnen Punktmassen aufgebaut denken, die starr miteinander verbunden sind, so dass sich ihre Abstände im Körper relativ zueinander nicht ändern können.

## 2.2.1 Translation und Rotation

In Bild 2.22 betrachten wir ein rollendes Rad als Beispiel für die Bewegung eines starren Körpers. Die Lage des Rades zu verschiedenen Zeitpunkten ist an einem Pfeil erkennbar, mit dem das Rad markiert ist. Bei der Rollbewegung des Rades beschreiben die Punkte des Rades recht komplizierte Bahnkurven in Form sog. Zykloiden. Sie können das beispielsweise nachts an den angeleuchteten Reflektoren zwischen den Speichen eines Fahrrades gut beobachten.

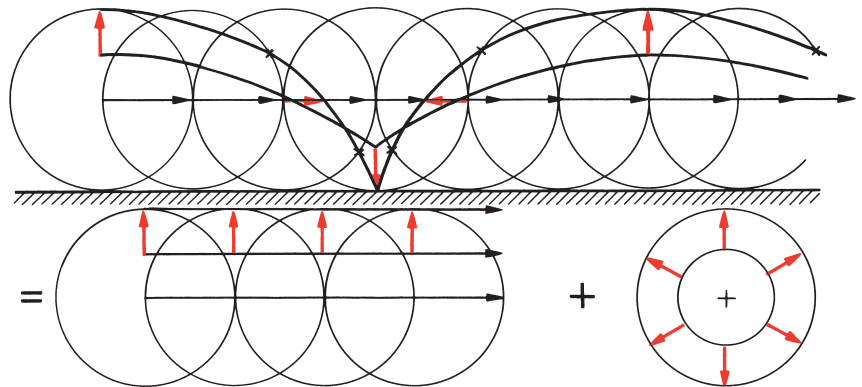


Bild 2.22: Rollbewegung eines Rades als Überlagerung von Translation und Rotation

Eine beliebig komplizierte Bewegung eines starren Körpers lässt sich stets in Translations- und Rotationsbewegungen zerlegen.

Bei einer **Translation** wird der Körper *parallel* längs einer bestimmten Bahn *verschoben*, wobei die Bahn nicht notwendigerweise eine Gerade sein muss. Die Räder eines Fahrzeuges würden lediglich eine Translation ausführen, wenn das Fahrzeug mit blockierten Rädern ins Rutschen kommt.

Bei der Translation eines starren Körpers beschreiben alle Punkte des Körpers kongruente Bahnen.

Diese deckungsgleichen Bahnen haben die gleiche Länge und werden in der gleichen Zeit durchlaufen. Deshalb haben auch alle Punkte des Körpers die *gleiche* Geschwindigkeit. Zur Beschreibung der Translation eines starren Körpers genügt die Beschreibung der Bewegung eines beliebigen Punktes des Körpers, wobei man im Allgemeinen seinen Massenmittelpunkt wählt (s. 5.1.3). Dafür gelten die Gesetze der Kinematik der Punktmasse, wie wir sie in 2.1 dargelegt haben.

Bei einer **Rotation** *dreht* sich der Körper *um eine Achse*. Die Räder eines Fahrzeuges würden lediglich eine Rotation ausführen, wenn der Boden so glatt wäre, dass sich die Räder durchdrehen, ohne das Fahrzeug vorwärts zu bewegen, oder das Fahrzeug aufgebockt ist.

Bei der Rotation eines starren Körpers beschreiben alle Punkte des Körpers konzentrische Kreise um die Drehachse.

Der Umfang der Kreisbahnen ist um so größer, je weiter die Punkte von der Drehachse entfernt sind. Achsfernere Punkte mit größerem Abstand  $r$  von der Drehachse legen in gleichen Zeiten größere Wege mit höheren Geschwindigkeiten als achsnähere Punkte zurück. Deshalb lässt sich für den rotierenden starren Körper als Ganzes *keine* einheitliche Geschwindigkeit  $v$  angeben.

## 2.2.2 Kinematik der Rotation

In der Technik spielt die Rotation eine besonders wichtige Rolle. Denken Sie an sich drehende Räder, Wellen und Achsen von Maschinen, durch die mechanische Kräfte und Energien übertragen werden können. Bei der **Drehbewegung (Rotation)** eines starren Körpers führen alle Körperpunkte Kreisbewegungen zwar mit **unterschiedlichen Bahngeschwindigkeiten**, aber mit *gleicher Winkelgeschwindigkeit* aus. Wir benutzen deshalb zur Beschreibung der Rotation eines starren Körpers die für den ganzen Körper einheitlichen Winkelgrößen. Es gelten die Gln. (2.31) bis (2.40) von 2.1.2.2. Nach den Gln. (2.41) bis (2.43) ergeben sich die unterschiedlichen Bahngrößen für Punkte mit unterschiedlichem Abstand  $r$  von der Drehachse. Die Bahngeschwindigkeit  $v = \omega r$  ist am Umfang des starren Körpers am größten und wird Umfangsgeschwindigkeit genannt. Die Bahngeschwindigkeit eines Punktes auf der Drehachse ist wegen  $r = 0$  gleich null.

Ebenso wie die Kreisbewegung einer Punktmasse kann auch die Drehbewegung eines starren Körpers durch Periodendauer und Frequenz charakterisiert werden (s. 2.1.2.1). In der Technik wird die Drehfrequenz  $f$  üblicherweise als **Drehzahl**  $n$  bezeichnet und in der Einheit  $\text{min}^{-1}$  angegeben. So ist eine Drehfrequenz von  $f = 50 \text{ Hz} = 50 \text{ s}^{-1}$  gleich einer Drehzahl von  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ . Mit der Drehzahl  $n$  und dem Durchmesser  $d = 2r$  erhalten die Gln. (2.33) und (2.30) für Winkel- und Umfangsgeschwindigkeit die Form

$$\omega = 2\pi n \quad (2.47)$$

$$v = \pi n d \quad (2.48)$$

### Beispiel 2.18

Wie groß sind Periodendauer, Drehfrequenz, Winkelgeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit vom großen und kleinen Zeiger einer Uhr?

Lösung:

	Großer Zeiger	Kleiner Zeiger
$T$ :	1 h = 60 min	12 h
$f = \frac{1}{T}$ :	$1 \text{ h}^{-1} = \frac{1}{60} \text{ min}^{-1}$	$\frac{1}{12} \text{ h}^{-1}$
$\omega = 2\pi f$ :	$\frac{2\pi}{60} \text{ min}^{-1} = 6^\circ \text{ min}^{-1}$	$\frac{2\pi}{12} \text{ h}^{-1} = 30^\circ \text{ h}^{-1}$

Prüfen Sie an einer Zeigeruhr mit Minutenteilung nach, dass der Winkelabstand zweier Minutenstriche  $6^\circ$ , der zweier Stundenziffern  $30^\circ$  beträgt. Während  $T$ ,  $f$  und  $\omega$  der Zeiger aller richtig gehenden Uhren gleich sind, hängen die Umfangsgeschwindigkeiten der Zeigerspitzen von der Zeigerlänge  $r$  ab. So hat der große Zeiger einer Turmuhr von 1 m Länge eine Umfangsgeschwindigkeit von  $v = \omega r = \frac{2\pi}{60} \text{ min}^{-1} \cdot 1 \text{ m} = 0,1 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ , die einer Armbanduhr mit 1 cm Zeigerlänge ist dagegen 100-mal geringer.

Sind zwei Räder mit unterschiedlichen Durchmessern auf gleicher Drehachse *starr* miteinander *gekoppelt*, so haben sie *gleiche Drehzahl*, aber unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeiten. Dies ist z. B. beim Fahrrad für das hintere Kettenrad und das Hinterrad ohne Freilauf der Fall.



Sind zwei Räder mit unterschiedlichen Durchmessern *über* ihren *Umfang* miteinander *gekoppelt*, so haben sie gleiche Umfangsgeschwindigkeit bei *unterschiedlichen Drehzahlen*:

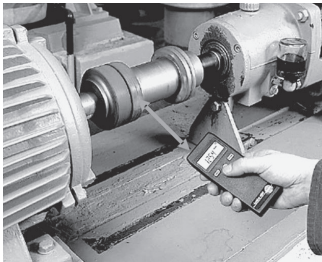
$$v_1 = \pi n_1 d_1 = \pi n_2 d_2 = v_2$$

Auf diese Weise ist eine **Drehzahländerung** möglich. Für das Übersetzungsverhältnis von antreibendem zu angetriebenem Rad gilt

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (2.49)$$

## Übersetzungsverhältnis

### Drehzahlmessung



erfolgt hier berührungslos mittels Reflexion von Laserlicht an Reflexmarken des rotierenden Teils.

Die Drehzahlen verhalten sich *umgekehrt* wie die Durchmesser. Dies ist z. B. beim Fahrrad für den Kettentrieb zwischen vorderem und hinterem Kettenrad der Fall. Das gilt auch für andere Getriebe wie Reibrad- und Zahnradgetriebe, bei denen sich allerdings die Drehrichtung ändert (Bild 2.23).

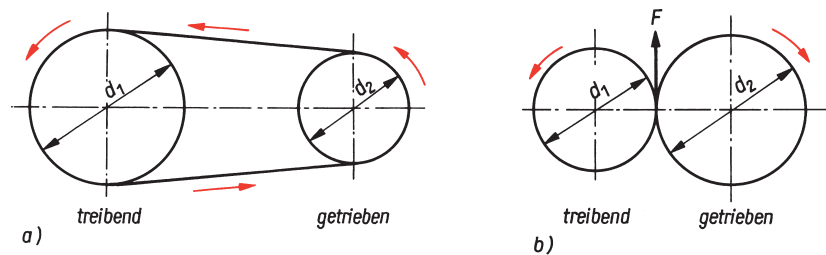


Bild 2.23: Betriebsarten

a) Riemen- oder Kettentrieb; b) Reibradtrieb bzw. Prinzip des Zahnradtriebes

### Beispiel 2.19

Wie verhalten sich Drehzahl und Abtastgeschwindigkeit  
a) beim Abspielen eines Tracks von einer Audio-CD und  
b) beim Auslesen von Daten von einer CD-ROM?

Lösung:

a) CLV (*Constant Linear Velocity*): Für ein gleichmäßiges Abspielen des Tracks läuft die Audio-CD von innen nach außen mit konstanter Abtastgeschwindigkeit von 1,2 m/s oder 1,4 m/s. Dazu muss wegen  $\omega = v/r$  die Winkelgeschwindigkeit von innen nach außen herab-

geregelt werden. Die Drehfrequenz ändert sich dabei von  $520 \text{ min}^{-1}$  innen bis  $210 \text{ min}^{-1}$  außen.

b) CAV (*Constant Angular Velocity*): Um beim Auslesen der Daten von unterschiedlichen Stellen der CD-ROM das Beschleunigen und Abbremsen zu vermeiden, läuft diese mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Damit ändert sich aber wegen  $v = \omega \cdot r$  die Auslesegeschwindigkeit proportional zum Radius und ist am äußeren Rande am größten.

### Beispiel 2.20

Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Radfahrers, der so in die Pedale tritt, dass die Tretkurbeln in jeder Sekunde gerade eine Umdrehung ausführen? Es sind die Durchmesser des vorderen Kettenrades  $d_1 = 20 \text{ cm}$ , des hinteren Kettenrades  $d_2 = 8 \text{ cm}$ , des Hinterrades  $d_3 = 70 \text{ cm}$ .

Lösung:

Die Drehzahl des vorderen Kettenrades beträgt  $n_1 = 1 \text{ s}^{-1} = 60 \text{ min}^{-1}$ . Das Übersetzungsverhältnis des Kettentriebes

ist nach Gl. (2.49)  $i = d_2/d_1 = 8 \text{ cm}/(20 \text{ cm}) = 0,4$  und die Drehzahl des hinteren Kettenrades  $n_2 = n_1/i = 60 \text{ min}^{-1}/0,4 = 150 \text{ min}^{-1}$ . Die gleiche Drehzahl  $n_3 = n_2$  hat das Hinterrad, dessen Umfangsgeschwindigkeit  $v_3 = \pi n_3 d_3 = 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  beträgt. Da die Räder auf der Straße rollen, ist deren Umfangsgeschwindigkeit gleich der Fahrgeschwindigkeit des Radfahrers.