

Jörg Wöltje

Investition und Finanzierung

Grundlagen, Verfahren, Übungsaufgaben und Lösungen

MIT
**ARBEITS
HILFEN**
ONLINE

HAUFE.



Exklusiv und kostenlos für Buchkäufer!

Ihre Arbeitshilfen online:

- Aufgaben und Lösungen
- Rechner
- Finanzmathematische Tabellen

Und so geht's:

- Einfach unter www.haufe.de/arbeitshilfen den Buchcode eingeben
- Oder direkt über Ihr Smartphone bzw. Tablet auf die Website gehen

Buchcode:

TS2-EXN6

www.haufe.de/arbeitshilfen



Investition und Finanzierung

Grundlagen, Verfahren, Übungsaufgaben, Lösungen

Professor Dr. Jörg Wöltje

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Print: ISBN: 978-3-648-03232-9

Bestell-Nr. 02092-0001

Epub: ISBN: 978-3-648-03693-8

Bestell-Nr. 02092-0100

EPDF: ISBN: 978-3-648-03233-6

Bestell-Nr. 02092-0150

Professor Dr. Jörg Wöltje

Investition und Finanzierung

1. Auflage 2013

© 2013, Haufe-Lexware GmbH & Co. KG, Munzinger Straße 9, 79111 Freiburg

Redaktionsanschrift: Fraunhoferstraße 5, 82152 Planegg/München

Telefon: (089) 895 17-0

Telefax: (089) 895 17-290

Internet: www.haufe.de

E-Mail: online@haufe.de

Produktmanagement: Kathrin Salpietro

Redaktion: Helmut Haunreiter, 84533 Markt

Satz: kühn & weyh Software GmbH, 79110 Freiburg

Umschlag: RED GmbH, 82152 Krailling

Druck: Bosch-Druck GmbH, 84030 Ergolding

Alle Angaben/Daten nach bestem Wissen, jedoch ohne Gewähr für Vollständigkeit und Richtigkeit. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	13
Abkürzungsverzeichnis	15
Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft	23
1 Grundlagen der Finanzwirtschaft	25
2 Finanzwirtschaftliche Grundbegriffe	29
3 Finanzwirtschaftliche Strömungsgrößen	32
Finanzmathematische Grundlagen	37
1 Finanzmathematische Begriffe und Berechnungen	40
1.1 Aufzinsungsfaktor	40
1.2 Abzinsungsfaktor	41
1.3 Rentenbarwertfaktor	42
1.4 Kapitalwiedergewinnungsfaktor	44
1.5 Endwertfaktor	46
1.6 Restwertverteilungsfaktor (RVF)	48
2 Zinsrechnung	50
2.1 Einfache Verzinsung	50
2.2 Verzinsung mit Zinseszinsen	52
2.3 Unterjährige Verzinsung	54
Grundlagen der Investitionsrechnung	61
1 Grundprinzipien der Investitionspolitik	65
2 Investitionsarten	68
3 Phasen des Investitionsentscheidungsprozesses	70
3.1 Anregungsphase	71
3.2 Suchphase	72

Inhaltsverzeichnis

3.3	Auswahlphase	74
3.4	Realisierungsphase	74
3.5	Kontrolle der Investition	74
4	Investitionsrechenverfahren	76
5	Elemente der Investitionsrechnung	78
5.1	Ermittlung der Zahlungsreihe für die Investitionsrechnung	78
5.2	Festlegung des Kalkulationszinssatzes	80
	Statische Verfahren der Investitionsrechnung	83
1	Kostenvergleichsrechnung	86
1.1	Ermittlung der Kapitalkosten und Betriebskosten	87
1.2	Auswahlentscheidung	91
1.3	Kritische Auslastung	94
1.4	Ersatzinvestitionsentscheidung	96
1.5	Beurteilung der Kostenvergleichsrechnung	101
2	Gewinnvergleichsrechnung	102
2.1	Einzelinvestition	103
2.2	Auswahlentscheidung	103
2.3	Break-even-Analyse – kritische Auslastung	104
2.4	Beurteilung der Gewinnvergleichsrechnung	109
3	Rentabilitätsvergleichsrechnung	110
3.1	Einzelinvestition und Auswahlentscheidung	112
3.2	Ersatzinvestitionsentscheidung	115
3.3	Beurteilung der Rentabilitätsvergleichsrechnung	115
4	Statische Amortisationsrechnung	117
4.1	Ermittlung der Amortisationszeit bei Einzelinvestition und Auswahlproblem	117
4.2	Ersatzinvestitionsentscheidung	120
4.3	Beurteilung der statischen Amortisationsrechnung	121
5	Aussagefähigkeit der statischen Verfahren	122

Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung	125
1 Kapitalwertmethode	129
1.1 Einzelinvestition	131
1.2 Auswahl alternativer Investitionsobjekte	134
1.3 Bildung vollständiger Alternativen mittels Differenzinvestitionen	136
1.4 Wie geeignet ist die Kapitalwertmethode zum Bestimmen der Vorteilhaftigkeit einer Investition?	147
2 Interne Zinsfußmethode	149
2.1 Lösungsansätze für die Ermittlung des internen Zinsfußes (r)	150
2.2 Einzelinvestition	155
2.3 Auswahl alternativer Investitionsobjekte	159
2.4 Bildung vollständiger Alternativen - Differenzinvestition	160
2.5 Vergleich zwischen der internen Zinsfußmethode und der Kapitalwertmethode	163
2.6 Beurteilung der internen Zinsfußmethode zur Bestimmung der Vorteilhaftigkeit einer Investition	165
3 Annuitätenmethode	167
3.1 Einzelinvestition	168
3.2 Auswahl alternativer Investitionsobjekte	172
3.3 Wie eignet sich die Annuitätenmethode zum Bestimmen der Vorteilhaftigkeit einer Investition?	176
4 Dynamische Amortisationsrechnung	177
5 Vermögensendwertmethode	181
5.1 Kontenausgleichsverbot	182
5.2 Kontenausgleichsgebot	183
5.3 Beurteilung der Vermögensendwertmethode	184
6 Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt	185
6.1 Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition	186
6.2 Optimale Nutzungsdauer einer Investition bei einmaliger identischer Wiederholung	190
6.3 Optimale Nutzungsdauer eines Objektes mit unendlich vielen identischen Nachfolgeobjekten	192
7 Beurteilung der dynamischen Investitionsrechenverfahren	196

Unternehmensbewertung	199
1 Anlässe der Unternehmensbewertung	202
2 Traditionelle Verfahren der Unternehmensbewertung	203
2.1 Substanzwertverfahren	203
2.2 Ertragswertverfahren	206
2.3 Kombinierte Verfahren	210
2.4 Stuttgarter Verfahren	212
3 Moderne Verfahren der Unternehmensbewertung	214
3.1 Discounted-Cashflow-Verfahren	214
3.2 Multiplikatorenverfahren	232
Systematik der Finanzierung	245
1 Finanzierungsarten	248
2 Außen- und Innenfinanzierung	251
3 Eigen- und Fremdfinanzierung	253
3.1 Eigenkapital	254
3.2 Fremdfinanzierung	254
Kapitalbedarfs- und Finanzplanung	257
1 Kapitalbedarf	261
2 Grundsätze der Finanzplanung	267
3 Arten der Finanzplanung	268
3.1 Finanzpläne mit unterschiedlicher Erstellhäufigkeit	268
3.2 Finanzpläne mit unterschiedlicher Fristigkeit	268
3.3 Finanzpläne unter Berücksichtigung von Unsicherheiten	272
4 Finanzplan	274
5 Ableitung des Finanzplans aus den Teilplänen der Unternehmensplanung	279
6 Liquiditätsplanung	281

7	Maßnahmen zur Steuerung der Liquidität im Unternehmen	282
8	Fallbeispiel	284
	Außenfremdfinanzierung	293
1	Kreditwürdigkeit und Kreditsicherheiten	296
1.1	Kreditwürdigkeit und Kreditfähigkeit	296
1.2	Rating 297	
1.3	Kreditbesicherung	298
2	Die kurz- und mittelfristige Kreditfinanzierung	307
2.1	Handelskredite	307
2.2	Kurz- und mittelfristige Bankkredite	315
3	Langfristige Kreditfinanzierung	323
3.1	Anleihen (Straight Bonds)	323
3.2	Schuldscheindarlehen	332
3.3	Langfristige Bankkredite/Darlehen	334
4	Effektivzinsbestimmung bei langfristigen Darlehen	339
4.1	Effektivverzinsung bei einem endfälligen Darlehen	339
4.2	Effektivverzinsung bei einem Ratendarlehen (Abzahlungsdarlehen)	343
4.3	Effektivverzinsung bei einem Annuitätendarlehen	348
	Beteiligungsfinanzierung	353
1	Die Grundlagen der Beteiligungsfinanzierung	356
2	Beteiligungsfinanzierung nicht börsenfähiger Unternehmen	359
2.1	Stille Beteiligung	359
2.2	Business Angels	360
2.3	Beteiligungsgesellschaften	361
3	Beteiligungsfinanzierung börsennotierter Unternehmen	363
3.1	Die Marktstruktur der Frankfurter Wertpapierbörse	363
3.2	Indizes der deutschen Börse	367
4	Aktien	370

5	Kapitalerhöhung	372
5.1	Formen der Kapitalerhöhung bei einer Aktiengesellschaft	372
5.2	Bezugsrecht	376
Innenfinanzierung		381
1	Selbstfinanzierung	385
2	Finanzierung aus Abschreibungen	390
2.1	Kapitalfreisetzungseffekt	391
2.2	Kapazitätserweiterungseffekt	392
3	Finanzierung aus Rückstellungen	397
4	Finanzierung aus sonstigen Kapitalfreisetzungen	408
4.1	Finanzierungseffekt von Rationalisierungsmaßnahmen	408
4.2	Finanzierung durch Vermögensumschichtung	409
4.3	Sale-and-lease-back-Verfahren	409
4.4	Working Capital Management	410
Sonderformen der Finanzierung		415
1	Sonderformen der Fremdfinanzierung	417
1.1	Leasing	417
1.2	Factoring	459
1.3	Finetrading	470
Mezzanine-Finanzierungsinstrumente		473
1	Formen von Mezzanine-Kapital	476
2	Stille Beteiligung	479
3	Genusskapital	482
3.1	Genussrechte	482
3.2	Genussscheine	483
4	Wandel- und Optionsanleihen	487
4.1	Wandelanleihen	487
4.2	Optionsanleihen	489
4.3	Going-public-Anleihen	489
5	Nachrangige/partiarische Darlehen und Verkäuferdarlehen	490

Finanzcontrolling und Finanzanalyse	491
1 Rentabilität	496
1.1 Eigenkapitalrentabilität (Return on Equity, ROE)	496
1.2 Gesamtkapitalrentabilität (Return on Assets, ROA)	498
1.3 Return on Investment (ROI)	499
1.4 Umsatzrentabilität (Return on Sales, ROS)	502
2 Liquidität	504
2.1 Absolute Liquidität	504
2.2 Working Capital	504
2.3 Relative Liquidität – Liquiditätsgrade	505
2.4 Gearing	508
3 Cashflow-Kennzahlen	510
3.1 Ermittlung des Cashflows	511
3.2 Schuldentilgungsdauer (dynamischer Verschuldungsgrad)	512
3.3 Innenfinanzierungsgrad der Investitionen	514
3.4 Cash-Burn-Rate	515
4 Analyse der Kapitalstruktur	516
4.1 Eigenkapitalquote (Equity Ratio)	516
4.2 Fremdkapitalquote (Debt Ratio, Anspannungsgrad)	518
4.3 Statischer Verschuldungsgrad (Debt-Equity Ratio)	518
4.4 Rückstellungsquote	519
4.5 Selbstfinanzierungsgrad	520
5 Analyse der Vermögensstruktur	521
5.1 Anlagenintensität	521
5.2 Vermögenskonstitution	522
5.3 Umlaufintensität (Arbeitsintensität)	523
5.4 Vorratsintensität	524
6 Horizontale Bilanzstruktur – Kennzahlen zur Finanzlage	525
6.1 Goldene Finanzierungsregel	525
6.2 Goldene Bilanzregel	526

Inhaltsverzeichnis

7	Analyse der Investitionspolitik	530
7.1	Anlagenabnutzungsgrad	530
7.2	Investitionsquote Sachanlagen	531
7.3	Wachstumsquote	532
7.4	Abschreibungsquote	532
7.5	Optimales Verhältnis von Fremdkapital zu Eigenkapital	533
7.6	Financial Covenants	537
Literaturverzeichnis		541
Stichwortverzeichnis		551

Vorwort

Liebe Leserinnen und Leser,

für alle Unternehmen sind Investitions- und Finanzierungsentscheidungen von operativer und strategischer Bedeutung. Sie stellen das Fundament für den künftigen Unternehmenserfolg dar. Ein Verständnis für Finanzierungsfragen ist daher heute unverzichtbar. Das Lehr- und Arbeitsbuch ist ideal zum Selbststudium und zur Prüfungsvorbereitung geeignet und wendet sich an Studierende an Hochschule und an Weiterbildungseinrichtungen ebenso wie an interessierte Fach- und Führungskräfte.

Das Buch vermittelt praxisbezogene Grundlagen, aber auch vertiefte Kenntnisse der Investitionsrechnung und der Finanzierung.

Zusätzlich bietet Ihnen das Buch einen besonderen Service: die Arbeitshilfen online. Zu jedem Kapitel finden Sie dort zahlreiche Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen, damit Sie üben und Ihr erworbenes Wissen selbst kontrollieren können. Insgesamt gibt es über 120 Aufgaben mit Lösungen. Sie haben die Möglichkeit, sich kurzfristig mit einzelnen Themen der Finanzierung und der Investitionsrechnung vertraut zu machen. Im Buch finden Sie eine Vielzahl von Abbildungen, tabellarischen Zusammenfassungen, Merksätzen und Beispielen, die alle einem Ziel dienen: Sie dabei zu unterstützen, die Inhalte schnell zu verstehen und sich effizient einzuprägen.

Das Lehr- und Arbeitsbuch ist aus den Vorlesungsunterlagen der Lehrveranstaltung „Finanzierung und Investition“ an der Hochschule für Technik und Wirtschaft Karlsruhe sowie an der VWA Baden entstanden. In diesem Zusammenhang möchte ich mich ganz herzlich bei den Studierenden der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Karlsruhe bedanken, die mit ihren Anregungen wichtige und wertvolle Hinweise für die Entstehung des Buchs lieferten.

Das Buch ist in drei Kernabschnitte mit insgesamt 14 Kapiteln unterteilt. Der erste Abschnitt bietet eine Einführung in die Thematik der Finanzierung und Investition mit den Kapiteln „Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft“ und „Finanzmathematische Grundlagen“. Dort gewinnen Sie einen Gesamtüberblick und erfahren die Grundlagen für die späteren Berechnungen.

Vorwort

Der zweite Abschnitt widmet sich der Investitionsrechnung und der Unternehmensbewertung. In diesen Kapiteln werden insbesondere die verschiedenen Verfahren der statischen und dynamischen Investitionsrechnung erläutert.

Im dritten Abschnitt (die Kapitel „Systematik der Finanzierung“ bis „Mezzanine-Finanzierungsinstrumente“), dem umfangreichsten Teil des Buchs, werden die verschiedenen Finanzierungsformen und -arten besprochen. Im letzten Kapitel „Finanzcontrolling“ werden die relevanten finanz- und erfolgswirtschaftlichen Kennzahlen vorgestellt und anhand eines Fallbeispiels berechnet.

Ziel des Buchs ist es, anhand von kurzen und prägnanten Lehrtexten, zahlreichen Beispielen und Übungen mit Lösungen, die wichtigsten Finanzierungsmethoden und Investitionsrechnungsverfahren praxisorientiert zu vermitteln. Nach jedem Kapitel können Sie Ihr gelerntes Wissen anhand der bereits erwähnten Übungen und Lösungen überprüfen und weiter vertiefen.

Bei den Arbeitshilfen online finden Sie neben den Aufgaben und Lösungshinweisen u. a. auch Auszüge aus finanzmathematischen Tabellen.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Kollegen Herrn Prof. Dr. Udo Krzensk für den sehr bereichernden Gedankenaustausch zu einzelnen Spezialfragen und dem Lektor Herrn Helmut Haunreiter für die stets hervorragende und harmonische Zusammenarbeit sowie seine exzellente Unterstützung.

Ich wünsche allen Leserinnen und Lesern viel Erfolg mit diesem Buch.

Für Hinweise, Anregungen und Verbesserungsvorschläge bin ich immer sehr dankbar. Bitte senden Sie diese per Mail an: joerg.woeltje@t-online.de

Malsch, im Oktober 2012

Jörg Wöltje

Abkürzungsverzeichnis

a	Abschreibungsbetrag
aLul	aus Lieferungen und Leistungen
A	Auszahlungskurs
Abb.	Abbildung
AbF	Abzinsungsfaktor $(1 + i)^{-n}$, Diskontierungsfaktor
AfA	Absetzung für Abnutzung
AG	Aktiengesellschaft
AHK	Anschaffungs- oder Herstellungskosten
AK	Anschaffungskosten
AKB	Anlagekapitalbedarf
AktG	Aktiengesetz
AO	Abgabenordnung
APV	Adjusted Present Value
AuF	Aufzinsungsfaktor $(1 + i)^n$
A_t	Auszahlungen
AV	Anlagevermögen
B	Bearbeitungsgebühr, Vermittlungskosten
b	unendliche Rente
BCF	Brutto-Cashflow
BDL	Bundesverband Deutscher Leasing-Unternehmen
BEM	Break-Even-Menge
BEU	Break-Even-Umsatz
BFH	Bundesfinanzhof
BGA	Betriebs- und Geschäftsausstattung
BGB	Bürgerliches Gesetzbuch
BMF	Bundesministerium der Finanzen
BörsG	Börsengesetz
BörsZulV	Börsenzulassungsverordnung
BR	Bezugsrecht
BW	Barwert
CAPM	Capital Asset Pricing Model
C_0	Kapitalwert
C_0^D	Kapitalwert der Differenzinvestition
$C_{0K,max}$	maximaler Kapitalwert der Investitionskette (im Zeitpunkt 0)

Abkürzungsverzeichnis

$C_{t_0, \text{opt}}$	Kapitalwert einer Einzelinvestition der Investitionskette im Zeitpunkt der Realisierung während ihrer optimalen Nutzungsdauer
CCC	Cash Conversion Cycle (Geldumschlagsdauer)
CF	Cashflow
CFROI	Cashflow Return on Investment
CME	Chicago Mercantile Exchange
CVA	Cash-Value-Added
D	durchschnittlich gebundenes Kapital (\emptyset Kapitaleinsatz)
DAX	Deutscher Aktienindex
DB	Deckungsbeitrag
db	Stückdeckungsbeitrag (absolut)
DCF	Discounted-Cashflow-Methode
DIH	Days Inventors Held (Lagerreichweite)
DN	Dividendennachteil
DPO	Days Payable Outstanding (Kreditorenlaufzeit)
DRS 2	Deutscher Rechnungslegungsstandard Nr. 2
DSO	Days Sales Outstanding (Debitorenlaufzeit)
DV	Dividendenvorteil
DVFA/SG	Deutsche Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung e. V./ Schmalenbach-Gesellschaft — Deutsche Gesellschaft für Betriebswirtschaft e. V.
E	Erlöse bei der statischen Investitionsrechnung, Gewerbeertrag vor Abzug der Gewerbesteuer
EBIT	Earnings before Interest and Taxes
EE-Steuern	Steuern vom Einkommen und Ertrag Steuern vom Einkommen und Ertrag
E_t	Einzahlungen
EK	Eigenkapital
EGT	Ergebnis der gewöhnlichen Geschäftstätigkeit
EK_{Markt}	Marktwert des Eigenkapital
EKR	Eigenkapitalrentabilität
EPS	Earning-per-Share
Est	Einkommensteuer
EstG	Einkommensteuergesetz
EstR	Einkommensteuerrichtlinien
EU	Europäische Union
EUR	Euro
EURO STOXX	Europäischer Aktienindex
EUREX	European Exchange
EURIBOR	European Interbank Offered Rate

EVA	Economic-Value-Added
EW	Ertragswert
EWf	Endwertfaktor
EBZ	Europäische Zentralbank
EZÜ	Einzahlungsüberschüsse
f	Skontofrist
FCF	Freier Cashflow
FEK	Fertigungseinzelkosten
FGK	Fertigungsgemeinkosten
FK	Fremdkapital
FKR	Fremdkapitalrentabilität
FKMarkt	Marktwert des Fremdkapitals
FKZ	Fremdkapitalzinssatz
FRA	Forward Rate Agreement
FTE	Flow to Equity
FV	Finanzierungsvolumen
FWB	Frankfurter Wertpapierbörse
g	Ratenzahlungen
G	Gewinn
G₀	Sichtguthaben (Geldbestand) zum Zeitpunkt 0
GB	Delekrederegebühr
G_E	Gewerbeertragsteuer
GewStG	Gewerbsteuergesetz
GK_{Markt}	Marktwert des Gesamtkapital
GKR	Gesamtkapitalrentabilität
GKS	Gesamtkapitalkostensatz
GmbH	Gesellschaft mit begrenzter Haftung
G_t	zeitlicher Grenzgewinn
GuV	Gewinn-und-Verlust-Rechnung
h	Habenzinssatz, Hebesatz der Gemeinde bei der Gewerbesteuer
HGB	Handelsgesetzbuch
HK	Herstellkosten/Herstellungskosten
i	Zinsrate (p/100), Kalkulationszinssatz (%), Nominalzinssatz p.a.
i_{appr}	(approximativer Jahresprozentsatz (%))
I₀	Investitionsbetrag, Anschaffungswert
I^P	Differenzinvestition
i_{eff}	Effektivzins

Abkürzungsverzeichnis

i_{Eigen}	Kalkulationszinssatz bei Eigenfinanzierung
i_{Fremd}	Kalkulationszinssatz bei Fremdfinanzierung
IFRS	International Financial Reporting Standards
i_{haben}	Habenzinssatz
i_{kalk}	Kalkulationszinssatz
i_{m}	Kalkulationszinssatz bei Mischfinanzierung
i_{min}	Mindestverzinsungsanforderung
i_{nom}	Nominalzins
i_{ref}	Refinanzierungszinssatz
i_{soll}	Sollzinssatz
JÜ	Jahresüberschuss
K	Kosten pro Periode, Gesamtkosten
k	Kreditzinssatz
K_0	Barwert, Gegenwartswert, Anfangskapital
K_A	Kosten der alten Anlage
KB_t	Kapitalbedarf zum Zeitpunkt t
KEF	Kapazitätserweiterungsfaktor
K_{fix}	Fixkosten
KG	Kommanditgesellschaft
KGaA	Kommanditgesellschaft auf Aktien
K_G	Gesamtkosten
K_a^I	die laufenden Kosten der alten Anlage je Zeitabschnitt
K_n^I	die laufenden Kosten der neuen Anlage je Zeitabschnitt
K_n	die Kosten der neuen Anlage je Zeitabschnitt
K_n	Endkapital, Endwert, Vermögensendwert
K_N	Kosten der neuen Anlage
K_t	Kapital zum Zeitpunkt t
k_{var}	variable Kosten
KP	Kredit-, Bereitstellungsprovision
KR	Kreditsumme
KRX	Korea Exchange
KSt	Körperschaftssteuer
KStG	Körperschaftsteuergesetz
KWF	Kapitalwiedergewinnungsfaktor, Annuitätenfaktor
KWG	Kreditwesengesetz
I	durchschnittliche Verringerung des Liquiditätserlöses
L	Liquidationserlös
LIBOR	London Interbank Offered Rate

L_0	Liquidationserlös der alten Anlage zu Beginn des Planungszeitraums
LIFFE	London International Financial Futures Exchange
L_V	Liquidationserlös der alten Anlage am Ende der Vergleichsperiode
L_T	Liquidationserlös der neuen Anlage am Ende ihrer Lebensdauer
L_t	Liquidationserlös bei einer Nutzungsdauer von t Perioden
LR	Leasingrate
m	Anzahl unterjähriger Perioden; Steuermesszahl
MDAX	Mid-Cap-DAX
MEK	Materialeinzelkosten
MGK	Materialgemeinkosten
Mio.	Millionen
n	Nutzungsdauer des Investitionsobjektes in Jahren, Kreditlaufzeit
ND	Nutzungsdauer
NOA	Net Operating Assets
NOPAT	Net Operating Profit After Taxes
OHG	Offene Handelsgesellschaft
OTC	over the counter
p. a.	per annum (pro Jahr)
p_{eff}	Effektivzins p.a.
p_m	Periodenzins nominal
PR	Pensionsrückstellungen
q	Zinsfaktor $(1 + i)$ bzw. Gewichtungsfaktor für Ertragswert
q^n	Aufzinsungsfaktor
q^{-n}	Abzinsungsfaktor
r	interner Zinsfuß (erwartete Rendite)
R	Restwert, Rückflüsse
R	Rückzahlungsbetrag
R	Ergebnisknoten
RAP	Rechnungsabgrenzungsposten
RB	Rechnungsbetrag
RBF	Rentenbarwertfaktor
RBW	Rentenbarwert
RE	Rentabilität
RHB	Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe
ROE	Return on Equity

Abkürzungsverzeichnis

ROI	Return on Investment
RVF	Restwertverteilungsfaktor (Rückwärtsverteilungsfaktor)
RW	Restwert
RW_n	Restwert am Ende der Nutzungsdauer (Liquidationserlös)
S	
	Skontosatz
SE	Societas Europaea (Europäische Aktiengesellschaft)
SE	steuerpflichtiger Gewerbeertrag
SF	Selbstfinanzierung
So	Sonderzahlung bei Vertragsbeginn
SolZ	Solidaritätszuschlag
St	Steuern
St.	Stück
St_U	Steuersatz des Unternehmens
SW	Substanzwert
SZ	Sollzinssatz, Nettozinssatz
T	
	das Ende der Lebensdauer (0, T) der neuen Anlage
t	Laufvariable für Perioden
t	Amortisationszeit in Jahren
Tab.	Tabelle
TCF	Total Cashflow
td	dynamische Amortisationszeit
T€	tausend Euro
TEUR	tausend Euro
t_f	tilgungsfreie Laufzeit
t_m	mittlere Laufzeit
UG	
	Unternehmergesellschaft
UP	Umsatzprovision
UKB	Umlaufkapitalbedarf
USD	US-Dollar
UV	Umlaufvermögen
UW	Unternehmenswert
v	
	Umfang der Vergleichsperiode
VC	Venture-Capital-Gesellschaft
VerkProspG	Verkaufprospektgesetz
Vertr.-GK	Vertriebsgemeinkosten
Verw.-GK	Verwaltungsgemeinkosten
VG	Vermögensgegenstände

WACC	Weighted Average Cost of Capital
WBK	Wiederbeschaffungskosten
WCM	Working Capital Management
WpHG	Wertpapierhandelsgesetz
X	Stück, Menge
Xetra	Exchange Electronic Trading
X_{krit}	kritische Auslastung
x_{krit}	kritische Absatzmenge
Z	Zinsen pro Periode
z	Rückflüsse, Annuität, Zahlungen
z	Annuität, Risikozuschlag, Zahlungsziel, Zahlungsreihe
z	im Zeitablauf konstante Zahlung pro Periode
z – f	Skontobezugszeitraum
ZA	Zeitabschnitt

Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft

In diesem Einführungskapitel werden Sie mit den finanzwirtschaftlichen Zusammenhängen und Grundbegriffen vertraut gemacht.

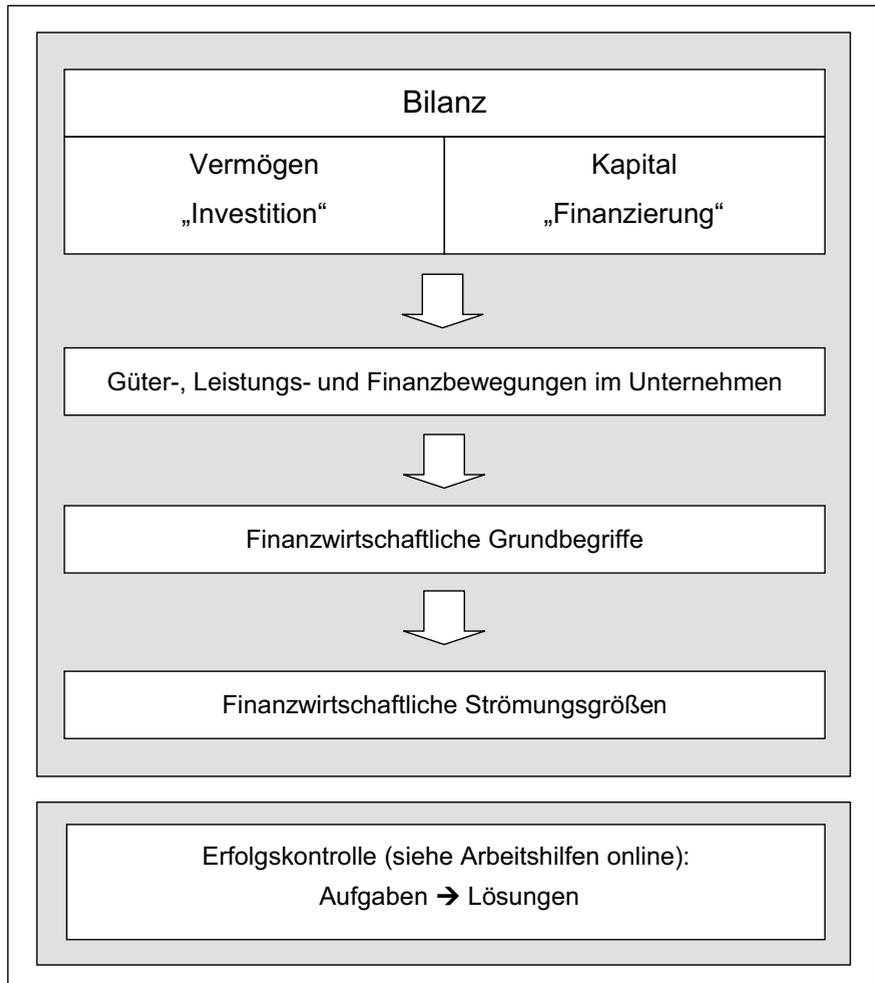


Abb. 1: Übersicht Kapitel „Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft“

1 Grundlagen der Finanzwirtschaft

„Finanzwirtschaft“ ist der Oberbegriff für Finanzierung und Investition. Die Finanzwirtschaft hat folgende Aufgabe: Sie lenkt alle finanziellen Maßnahmen zur Planung, Steuerung und Kontrolle der Zahlungsströme, die durch die Vorbereitung, Durchführung und Veräußerung von Unternehmensleistungen bedingt sind. Zudem muss sie die Liquidität des Unternehmens gewährleisten.

Die zur Verfügung stehenden finanziellen Mittel sind im Zeitalter der sich ständig verkürzenden Produktlebenszyklen, der immer schneller fortschreitenden Technologieentwicklung und des wachsenden Konkurrenzdrucks entscheidend für die Wettbewerbsfähigkeit von Unternehmen.

Die Finanzierung ist daher eine wesentliche Grundlage für die Existenz eines jeden Unternehmens. Denn ein Unternehmen muss seinen finanziellen Verpflichtungen zu jedem Zeitpunkt nachkommen können, da ansonsten die Gefahr einer Insolvenz besteht. Zu den Aufgaben der Finanzierung gehört die Kapitalbeschaffung, d. h. die Planung, die Steuerung und die Kontrolle der finanziellen Vorgänge sowie die Erschließung und Nutzung von Finanzierungsquellen.

Die finanziellen Vorgänge in einem Unternehmen finden ihren Niederschlag in der Bilanz. Die Kapitalbeschaffung zeigt sich zunächst im Kapitalbereich — auf der Passivseite. Unter Kapital versteht man die finanziellen Mittel, die entweder von den Eigentümern oder von Dritten zur Verfügung gestellt werden:

- Wenn das Kapital von den Eigentümern bereitgestellt ist oder als nicht ausgeschütteter Gewinn in der Unternehmung belassen wird, spricht man vom Eigenkapital.
- Finanzierungsmittel, die Dritte als Gläubiger für eine begrenzte Zeit zur Verfügung stellen, werden als Fremdkapital bezeichnet. Dazu gehören die Verbindlichkeiten und die Rückstellungen.

Die Passivseite gibt also Auskunft darüber, welche Kapitalbeträge der Unternehmung zur Verfügung stehen und woher sie kommen.

Der Vermögensbereich (Aktivseite) lässt die Mittelverwendung erkennen. Er zeigt, welche Arten von Vermögen die Unternehmung besitzt, und zwar unterteilt in Anlagevermögen und Umlaufvermögen.

Aktiva		Bilanz		Passiva
Anlagevermögen	...	Eigenkapital	...	
Umlaufvermögen	...	Fremdkapital	...	
= Mittelverwendung		= Mittelherkunft		
= Investition		= Finanzierung		

Abb. 2: Struktur einer Bilanz

Die Begriffe Investition und Finanzierung stehen in einem engen Zusammenhang, da sich Investitionen selten ohne finanzielle Unterstützung realisieren lassen. Man verwendet finanzielle Mittel, um Sachvermögen, immaterielles Vermögen oder Finanzvermögen zu beschaffen und tut dies mit der Erwartung, später damit Gewinne zu erzielen. Bevor eine Investition realisiert werden kann, müssen jedoch finanzielle Mittel zur Verfügung stehen, d. h., eine Investition (Mittelverwendung) setzt eine Mittelbeschaffung voraus. Allerdings müssen die beschafften finanziellen Mittel nicht zwingend für Investitionen genutzt werden.

● **Das sollten Sie sich merken:**

Investitionen sind „Auszahlungen, die in der Erwartung getätigt werden, zukünftig (überwiegend) Einzahlungen zu erzielen“¹.

Unter **Finanzierung** versteht man alle Möglichkeiten, die der Beschaffung von finanziellen Mitteln (Kapital), mit denen die Zahlungsfähigkeit eines Unternehmens gewährleistet wird, dienen.

Wie bereits erwähnt, handelt es sich beim Kapital um die Mittel, die ein Unternehmen zur Verwirklichung seiner unternehmerischen Aufgaben investiert hat.

Zum Vermögen gehören die vom Unternehmen benötigten Produktionsfaktoren:

- Sachmittel wie z. B. Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe, Maschinen, Büro- und Geschäftsausstattung, Gebäude,
- Rechte wie beispielsweise Patente, Lizenzen, Konzessionen und
- finanzielle Mittel wie Zahlungsmittel, Sichtguthaben, Wertpapiere.

¹ Braun, T.: Investition und Finanzierung, 2009, S. 7.

Das als Vermögen konkretisierte Kapital stellt, soweit es nicht Geld ist, eine Investition dar. Die Einsatzfaktoren der Aktivseite der Bilanz binden das auf der Passivseite der Bilanz ausgewiesene Kapital.

Wie eingangs erwähnt, teilt man das Vermögen in Anlage- und Umlaufvermögen ein. Die beiden Vermögensarten lassen sich folgendermaßen unterscheiden:

Anlagevermögen	Es steht dem Unternehmen dauernd oder langfristig zur Verfügung, z. B. in Form von Sachanlagen, Beteiligungen, Lizenzen und Beteiligungen.
Umlaufvermögen	Beim Umlaufvermögen handelt es sich um Vermögensgegenstände, die i. d. R. nicht dauerhaft im Unternehmen verbleiben. Dazu gehören, z. B. Vorräte, Forderungen, kurzfristige Wertpapiere, Sichtguthaben.

In jedem Unternehmen gibt es güter- und leistungswirtschaftliche Prozesse, die ihren Niederschlag in Güter- und Leistungsströmen finden. Sie fließen in die entgegengesetzte Richtung der Zahlungsströme: Die Produktionsfaktoren zu beschaffen, löst Auszahlungen aus, während der Absatz der erstellten Güter und Leistungen Einzahlungen zur Folge hat.

Die Beschaffungsmärkte lassen sich in den Arbeitsmarkt (Beschaffung von Personal), den Betriebsmittelmarkt (Beschaffung von Maschinen und Werkzeugen) und den Markt für Materialien (Beschaffung von Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen) unterteilen.

Für die Bezahlung der eingekauften Materialien und Betriebsmittel bzw. für die Entlohnung der Arbeitskräfte verwendet das Unternehmen die finanziellen Mittel. Diese finanziellen Mittel werden entweder vom Geldmarkt (kurzfristige Fremdkapitalfinanzierung) und Kapitalmarkt (langfristiges Fremd- bzw. Eigenkapital) bereitgestellt oder stammen aus den Umsatzerlösen, die durch den Verkauf der betrieblichen Produkte und Leistungen erzielt werden.

Die Verknüpfungen eines Unternehmens mit den Finanzmärkten (Geld- und Kapitalmärkte), den Beschaffungsmärkten und den Absatzmärkten ergeben die Grundstruktur der außenbetrieblichen Beziehungen. Die folgende Abbildung zeigt die gegenseitigen Abhängigkeiten dieser Ströme.

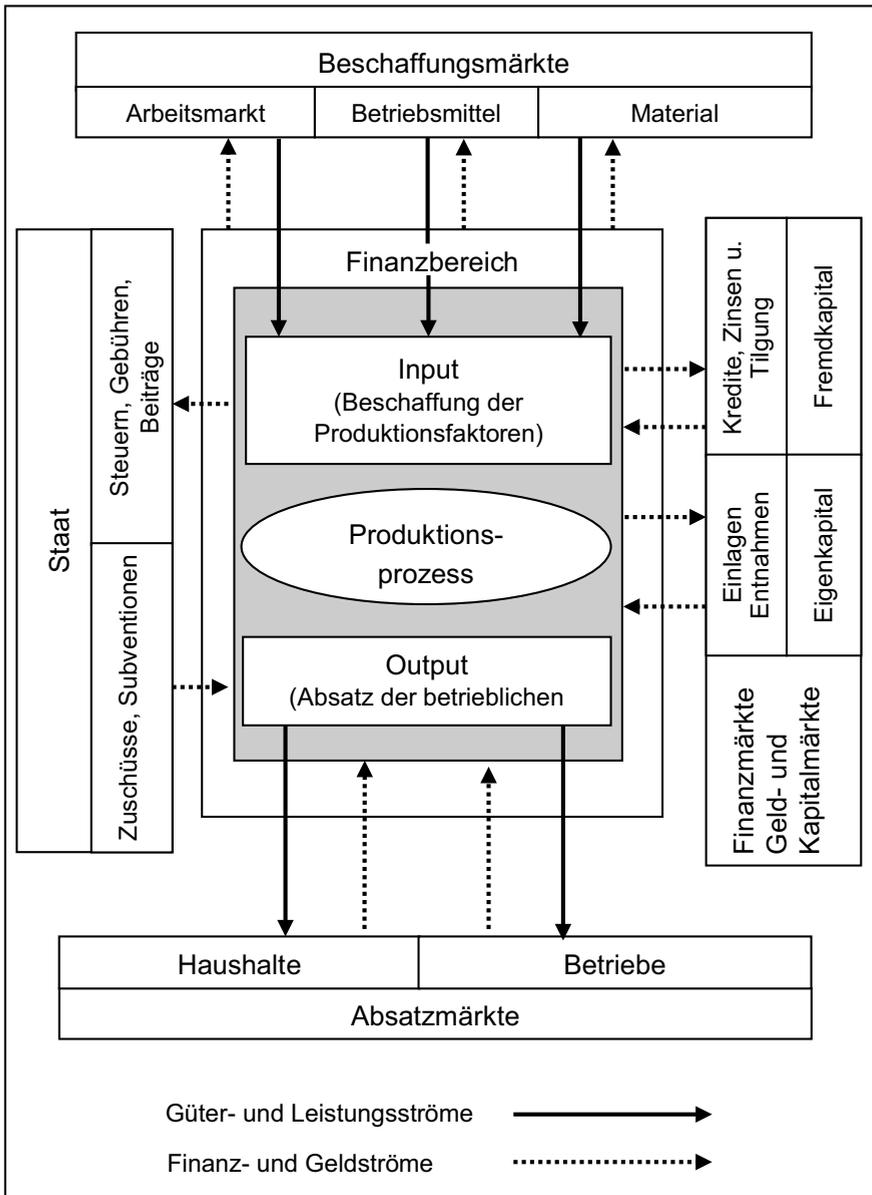


Abb. 3: Die Güter-, Leistungs- und Finanzbewegungen des Unternehmens

2 Finanzwirtschaftliche Grundbegriffe

Die betriebliche Finanzwirtschaft, d. h. die Investition, die Finanzierung und der Zahlungsverkehr, hat die Aufgabe, die Zahlungsmittelzuflüsse und -abflüsse, die sich aus den finanz- und güter- bzw. leistungswirtschaftlichen Beziehungen eines Unternehmens ergeben, im Gleichgewicht zu halten. Hierzu sind der Kapitalbedarf und die verfügbaren Mittel aufeinander abzustimmen.

Zu den Aufgaben des Finanzmanagements gehören die Kapitalbeschaffung (Finanzierung), die Disposition der finanziellen Mittel unter Risiko- und Ertragsgesichtspunkten (finanzielles Gleichgewicht), die Liquiditäts- und langfristige Finanzplanung sowie das „Beziehungsmanagement“ mit aktuellen und potenziellen Geldgebern.²

Die finanzwirtschaftlichen Aufgaben eines Unternehmens können in die Kapitalbeschaffung, Kapitalverwendung und Kapitalrückzahlung (Tilgung) unterteilt werden. Da die Kapitalbeschaffung untrennbar mit der Kapitalrückzahlung verbunden ist, bietet es sich an, beide Vorgänge zu dem Kernbereich Kapitalaufbringung zusammenzufassen. Die beiden Kernbereiche der Finanzwirtschaft sind somit die Kapitalaufbringung (Finanzierung) und die Kapitalanlage (Investition).

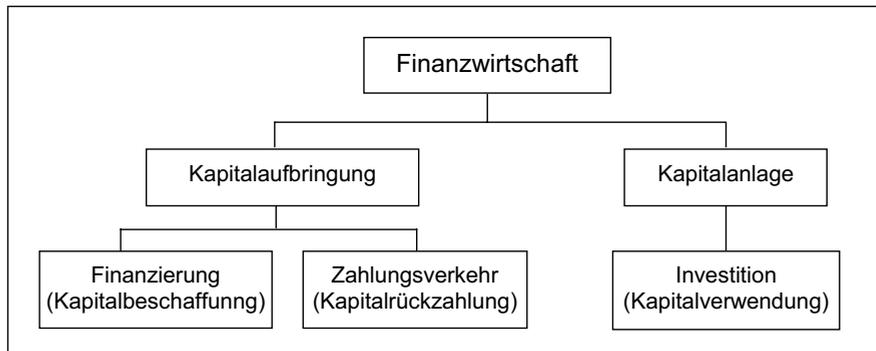


Abb. 4: Die Kernbereiche der Finanzwirtschaft

Mithilfe einer Investition werden flüssige Mittel (Geld) in Realvermögen (langfristig gebundenes Kapital) umgewandelt. Die Kapitalbeschaffung bzw. Finanzierung hat die Aufgabe, das Unternehmen mit dem erforderlichen Kapital zu versorgen. D. h.,

² Koss, C.: Basiswissen Finanzierung, 2006, S. 10.

die Finanzierung umfasst alle Maßnahmen zur Aufrechterhaltung des finanziellen Gleichgewichts. Der Zahlungsverkehr dient der Kapitaltilgung oder Kapitalaufnahme.

DEFINITION: Investition

Eine Investition ist eine Zahlungsreihe, die mit einer Auszahlung beginnt, auf die zu späteren Zeitpunkten Einzahlungen folgen, wobei jedoch Auszahlungen nicht vollständig ausgeschlossen werden können.

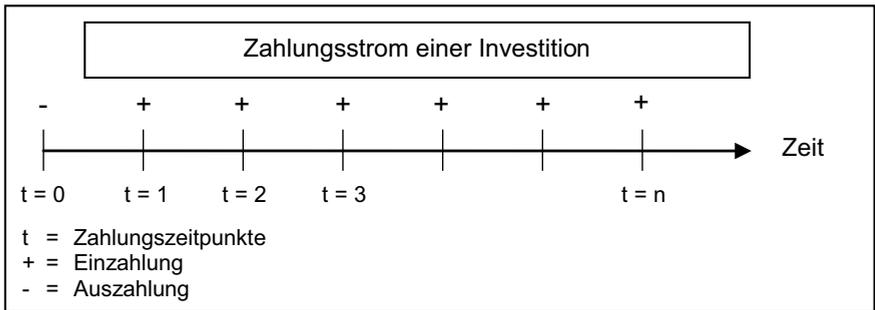


Abb. 5: Zahlungsstrom einer Investition

DEFINITION: Finanzierung

Eine Finanzierung ist eine Zahlungsreihe, die mit einer Einzahlung beginnt, auf die zu späteren Zeitpunkten Auszahlungen (Zinsen und Tilgungen) folgen, wobei jedoch Einzahlungen nicht auszuschließen sind.

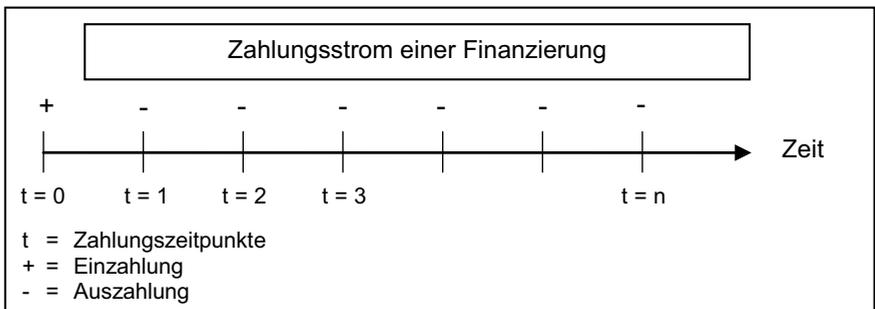


Abb. 6: Zahlungsstrom einer Finanzierung

Im finanzwirtschaftlichen Denken hat die Maximierung der Rentabilität (Gewinnmaximierung) eine große Bedeutung, wobei folgende finanzwirtschaftliche Aspekte zu berücksichtigen sind:

- Liquidität: Fähigkeit des Unternehmens, die bestehenden und zukünftigen Zahlungsverpflichtungen zu jedem Zeitpunkt zu erfüllen,
- Sicherheit, Nachhaltigkeit, Wachstum: langfristige Sicherung des Unternehmens,
- Unabhängigkeit: Die Erhaltung der unternehmerischen Dispositionsfreiheit,
- Steuervorteile: Abschreibungen der Investitionsobjekte mindern den zu versteuernden Gewinn.

3 Finanzwirtschaftliche Strömungsgrößen

Alle finanzwirtschaftlichen Entscheidungen basieren auf verschiedenen Stromgrößen des Rechnungswesens. Das externe Rechnungswesen (Buchführung und Bilanzierung) unterscheidet Stromgrößen, die Einfluss auf die Liquiditäts- bzw. Finanzplanung sowie auf die Gewinn-und-Verlustrechnung eines Unternehmens haben.

Die wichtigsten finanzwirtschaftlichen Strömungsgrößen sind die betrieblichen Zahlungsströme. Sie müssen differenziert betrachtet und in Finanzierungsentscheidungen mitberücksichtigt werden. Besonders wichtig in diesem Zusammenhang sind die Ein- und Auszahlungsströme. Die folgende Abbildung zeigt die Zuordnung der Strömungsgrößen.

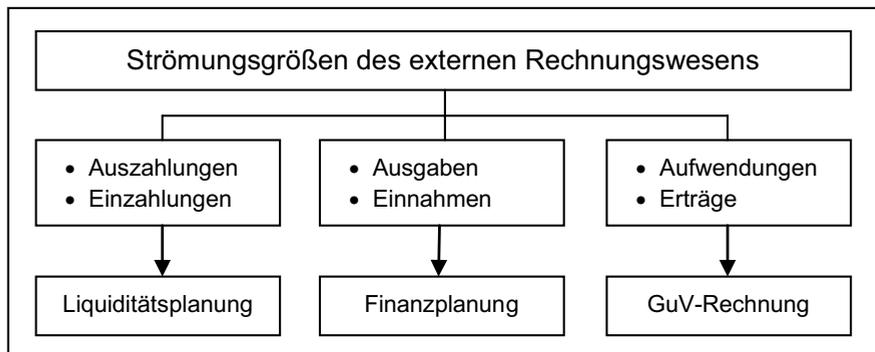


Abb. 7: Zuordnung der Strömungsgrößen

Die in der Übersicht gezeigten Strömungsgrößen werden folgendermaßen definiert:

Auszahlung	Abfluss liquider Mittel (Bargeld und Sichtguthaben) = Verminderung des Zahlungsmittelbestands. Beispiele: Zahlung einer Lieferantenrechnung, Barentnahme, Kredittilgung, Bareinkauf, Vorauszahlungen für später eingehende Produktionsfaktoren, Vergabe eines Kundendarlehens.
Einzahlung	Zufluss liquider Mittel (Bargeld und Sichtguthaben) = Erhöhung des Zahlungsmittelbestands. Beispiele: Barzahlung eines Kunden, Aufnahme eines Kredites, Bareinlage der Anteilseigner, Kundenanzahlung, Eingang einer Banküberweisung.

Ausgabe	Wert aller zugegangenen Güter und Leistungen pro Periode (Geldwert der Einkäufe an Gütern und Dienstleistungen). Die Ausgaben vermindern das Geldvermögen = Auszahlungen + Schuldenzugang + Forderungsabgang. Beispiele: Wareneinkauf auf Ziel (Schuldenzugang); Eingang einer Warenlieferung, für die in der vergangenen Periode eine Anzahlung geleistet wurde. Die geleistete Anzahlung wird mit der Warenlieferung aufgelöst, d. h., es handelt sich um eine Verringerung der Forderungen (Forderungsabgang).
Einnahme	Wert aller veräußerten Güter und Leistungen pro Periode. Die Einnahmen erhöhen das Geldvermögen = Einzahlungen + Forderungszugang + Schuldenabgang. Beispiele: Warenverkauf auf Ziel (Forderungszugang); eine erhaltene Anzahlung (= Verbindlichkeit) eines Kunden wird durch Lieferung der Leistung an den Kunden aufgehoben (Schuldenabgang).
Aufwand	Wert aller verbrauchten Güter und Leistungen pro Periode. Beispiele: Abschreibungen, Verbrauch von Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen, Entlohnung der Mitarbeiter.
Ertrag	Wert aller erstellten Güter und Leistungen pro Periode. Dazu gehören die gesamten von einem Unternehmen innerhalb einer Periode geschaffenen bzw. zur Verfügung gestellten Sachgüter und Leistungen, und zwar unabhängig davon, ob sie dem Betriebszweck dienen oder nicht. Beispiele: Umsatzerlöse (Verkauf von Fertigerzeugnissen, Waren und Dienstleistungen); Lagerleistung (Erhöhung des Lagerbestands an fertigen und unfertigen Erzeugnissen).

Die Strömungsgrößen beeinflussen die Bestandsgrößen „Zahlungsmittelbestand“, „Geldvermögen“ und „Reinvermögen“:

- Der Zahlungsmittelbestand besteht aus der Kasse, dem Bankguthaben und den kurzfristig veräußerbaren Wertpapieren.
- Das Geldvermögen setzt sich aus dem Zahlungsmittelbestand zuzüglich der Forderungen abzüglich der Verbindlichkeiten zusammen.
- Das **Reinvermögen** berechnet sich aus der Differenz zwischen dem Vermögen und den Schulden.

Die folgende Abbildung veranschaulicht den Unterschied zwischen Zahlungsmittelbestand und Geldvermögen.

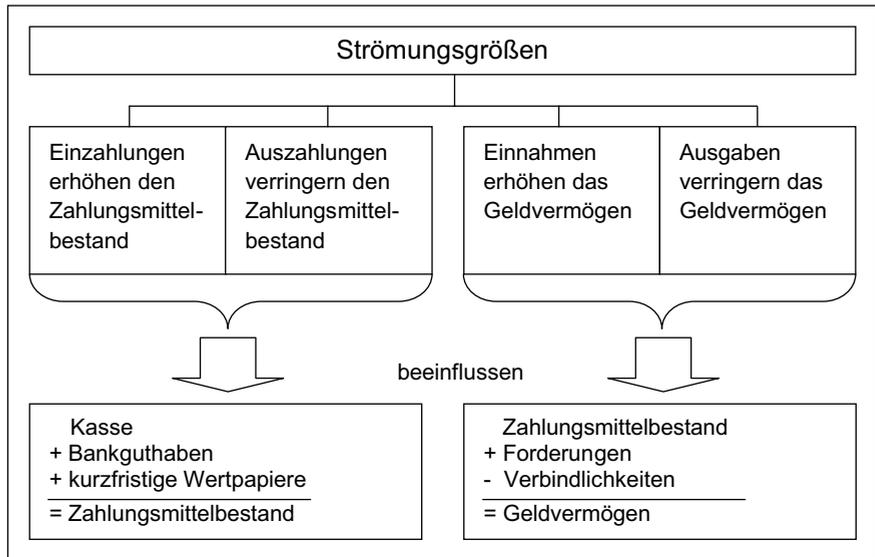


Abb. 8: Einflussfaktoren auf die Bestandsgrößen Zahlungsmittelbestand und Geldvermögen

Die folgenden Beispiele veranschaulichen, wie die verschiedenen Arten von Zahlungsströmen gegeneinander abgegrenzt werden können:

Abgrenzung von Zahlungsströmen

a) Einzahlung, die keine Einnahme ist

1. erhaltene Anzahlungen von Kunden (Kundenkredite).
2. Ein Kunde bezahlt eine offene Forderung aus Lieferungen und Leistungen in bar.

Wirkung:

- Die Kundenanzahlung erhöht den Zahlungsmittelbestand (1).
- Mit der Kundenanzahlung entsteht eine Verbindlichkeit. Die Erhöhung des Zahlungsmittelbestands und die im Geldvermögen zu subtrahierende Verbindlichkeit kompensieren sich derart, dass das Geldvermögen gleichbleibt (1).
Da der Vorgang (1) lediglich eine Veränderung des Zahlungsmittelbestands, jedoch nicht eine Veränderung des Geldvermögens zur Folge hat, handelt es sich hier um eine Einzahlung, die keine Einnahme ist.
- Die Barzahlung erhöht den Zahlungsmittelbestand (2).
- Die Forderungen aus Lieferungen und Leistungen nehmen ab. Da der Zahlungsmittelbestand im Geldvermögen enthalten ist, bleibt das Geldvermögen gleich (2).

Abgrenzung von Zahlungsströmen	
b) Einzahlung, die gleichzeitig eine Einnahme ist	<ol style="list-style-type: none"> 1. Barverkauf von langfristigen Wertpapieren 2. Barverkauf eines Schreibtischs <p>Wirkung:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Durch die Erhöhung des Zahlungsmittelbestands ohne Forderungs- oder Verbindlichkeitsänderung erhöht sich auch der Geldvermögensbestand.
c) Einnahme, die keine Einzahlung ist	<ol style="list-style-type: none"> 1. Verkauf einer Dienstleistung und Gewährung eines Zahlungsziels. 2. Verkauf von Waren auf Ziel. <p>Wirkung:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Da die Zahlung erst zu einem späteren Zeitpunkt erfolgt, verändert sich der Zahlungsmittelbestand bei beiden Vorgängen (1) – (2) nicht. ▪ Durch die Erhöhung der Forderungen aus Lieferungen und Leistungen erhöht sich das Geldvermögen.
d) Auszahlung, die keine Ausgabe ist	<ol style="list-style-type: none"> 1. Die Mitarbeiter erhalten einen Kredit. 2. Wir leisten eine Anzahlung auf eine bestellte Werkzeugmaschine. <p>Wirkung:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Buchgeld oder Bargeld fließt ab (1). ▪ Durch den gewährten Kredit entsteht eine Forderung. Das Sinken des Zahlungsmittelbestands und die Erhöhung der Forderung gleichen sich aus: Das Geldvermögen bleibt gleich (1). ▪ Durch die Anzahlung (2) entsteht ebenfalls eine Forderung gegenüber dem Werkzeugmaschinenhersteller.
e) Auszahlung, die eine Ausgabe ist	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bareinkauf von Vermögensgegenständen (z. B. Maschinen, Fahrzeuge, Vorräte). <p>Wirkung:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Der Zahlungsmittelbestand nimmt ab, aber es gibt keine Veränderung bei den Forderungen oder den Verbindlichkeiten. ▪ Da der Zahlungsmittelbestand im Geldvermögen enthalten ist, ändern sich beide Bestandsgrößen.
f) Ausgabe, die keine Auszahlung ist	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kauf eines Firmenfahrzeugs gegen einen 3-Monats-Wechsel. 2. Kauf von Waren auf Ziel. <p>Wirkung:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Der Zahlungsmittelbestand bleibt unverändert (1) – (2). ▪ Das Geldvermögen sinkt, da die Verbindlichkeiten steigen (2). Die Wechselzahlung erhöht ebenso die Verbindlichkeiten (1).

Die Zahlungsströme, die eine Veränderung des Zahlungsmittelbestands bewirken, können wie folgt unterschieden werden:

Kategorien und Erklärungen betrieblicher Zahlungsströme³	
Auszahlungsbezogene Zahlungsströme	
1. Geld bindende Ströme	2. Geld entziehende Ströme
Geld bindende Zahlungsströme sind Auszahlungen, von denen zu erwarten ist, dass sie in irgendeiner Art und Weise wieder in die Unternehmung zurückfließen. Das Geld (z. B. Auszahlungen für den Kauf von Produktionsmitteln oder Materialien, Auszahlungen aufgrund einer Kreditgewährung an eine Tochtergesellschaft) ist bis zum Rückfluss gebunden, d. h., es ist der Verfügungsgewalt der Unternehmung entzogen.	Geld entziehende Zahlungsströme sind Auszahlungen, die beim Unternehmen zu einer Verringerung des Eigenkapitals und der Bilanzsumme führen. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Zins- und Dividendenauszahlungen, ▪ Privatentnahmen, ▪ Auszahlungen für Ertragsteuern
Einzahlungsbezogene Zahlungsströme	
1. Geld freisetzende Ströme	2. Geld zuführende Ströme
Einzahlungen, die dem Unternehmen von außen zufließen und zu einem Aktivtausch oder einer Erhöhung der Bilanzsumme führen. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Einzahlungen aus dem Verkaufserlös von selbst erstellten Erzeugnissen ▪ Einzahlungen aus der Veräußerung eines Pkw oder einer Maschine zum Restbuchwert (Desinvestition). 	Einzahlungen, die mobilisiert werden, wenn Geld freisetzende Einzahlungen nicht ausreichen, um Geld bindende und -entziehende Ausgaben zu decken. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Einzahlungen aus der Aufnahme eines Bankdarlehens, ▪ Einzahlungen aus der Gewährung von Subventionen und Zuschüssen, ▪ Eigenkapitalerhöhung durch Anteilseigner.



HINWEIS:

Damit Sie Ihr Wissen prüfen und vertiefen können, finden Sie bei den Arbeitshilfen online eine Reihe von Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen. Die Aufgaben sind genau auf dieses Kapitel zugeschnitten.

³ Vgl. Heinhold: Investitionsrechnung, 5. Auflage, 1989, S. 2 f.

Finanzmathematische Grundlagen

In diesem Kapitel lernen Sie die finanzmathematischen Grundlagen für die Finanzierung und die Investitionsrechnung kennen.

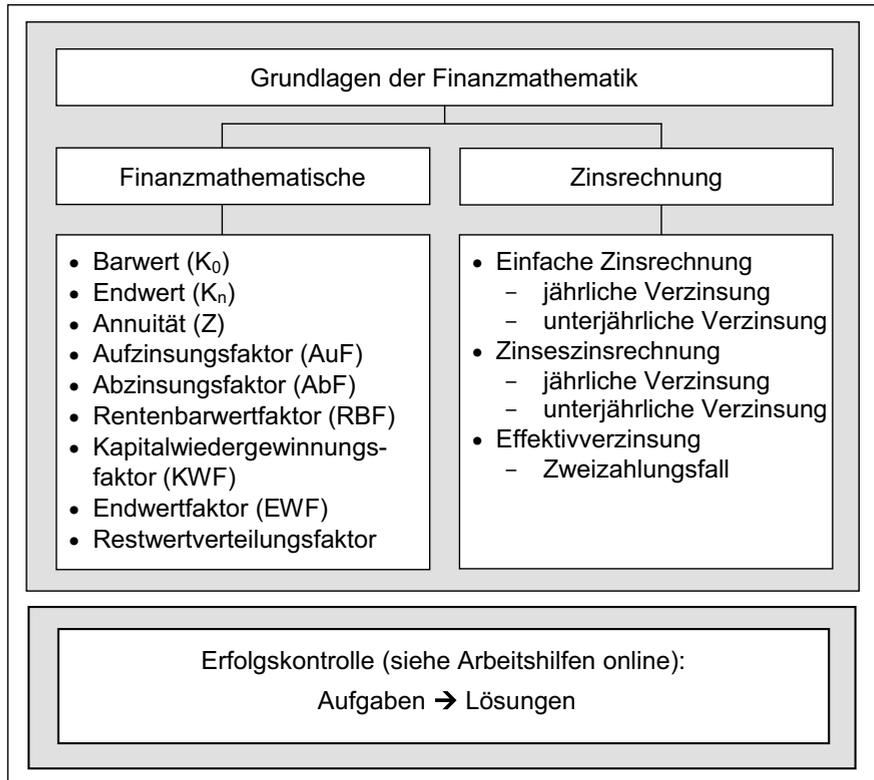


Abb. 9: Übersicht Kapitel 2

Einführung

In diesem Kapitel werden finanzmathematische Begriffe erläutert, wie z. B.

- der Barwert, der dem Gegenwartswert entspricht und somit Zahlungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten vergleichbar macht,
- der Endwert, der beispielsweise den Auszahlungsbetrag eines mehrjährigen Sparbriefs darstellt, oder
- die Annuität, die beispielsweise die jährlich gleich hohen Zahlungen (Tilgung und Zinsen) eines Annuitätendarlehens darstellt.

Ferner werden die Grundlagen der einfachen Zinsrechnung und der Zinseszinsrechnung behandelt.

Mithilfe der Finanzmathematik können Zahlungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten miteinander verglichen werden. Ein elementarer Grundsatz der Finanzmathematik ist folgender: 10.000 € heute sind sicherlich mehr wert, als wenn Sie die 10.000 € erst in zehn Jahren erhalten würden, denn die 10.000 € unterliegen zum einen der Inflation und zum anderen könnten Sie die 10.000 € fest verzinslich anlegen und in zehn Jahren hätte sich der Betrag erhöht. Vom Bewertungszeitpunkt aus betrachtet sind die Zahlungen umso weniger wert, je weiter sie in der Zukunft liegen.

Im Folgenden werden die wesentlichen finanzmathematischen Begriffe und Berechnungen besprochen, die sowohl für die dynamische Investitionsrechnung als auch für die Berechnung des Effektivzinssatzes eines Kredits, die Berechnung von Tilgungs- und Leasingraten sowie für den Vergleich von Finanzierungsalternativen benötigt werden.

1 Finanzmathematische Begriffe und Berechnungen

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit einer Reihe von wichtigen finanzmathematischen Berechnungen. Dabei spielen die folgenden Begriffe eine zentrale Rolle:

Der Barwert (K_0), auch Gegenwartswert genannt, ist der Wert, der sich durch Diskontieren (Abzinsen) der zukünftigen Ein- und Auszahlungen auf den gegenwärtigen Zeitpunkt ergibt. Durch die Diskontierung der Zahlungen kann also ermittelt werden, welchen Wert diese Zahlungen zu Beginn des Betrachtungszeitraums haben.

Der Endwert (K_n) oder der Zukunftswert ist der Wert, der sich durch Aufzinsen der Ein- und Auszahlungen auf einen künftigen Zeitpunkt ergibt. Durch die Aufzinsung der Zahlungsgrößen kann also ermittelt werden, welchen Wert die Zahlungen am Ende des Betrachtungszeitraums haben.

Die Annuität (z) ist eine in gleichen Zeitabständen (i. d. R. ein Jahr) regelmäßig wiederkehrende, gleichhohe Zahlung.

1.1 Aufzinsungsfaktor

Um den Endwert eines heute angelegten Geldbetrags mit Zinseszins zu ermitteln, benötigt man zunächst den Aufzinsungsfaktor (AuF). Dieser zinst einen jetzt fälligen Geldbetrag K_0 (Barwert) mit Zins und Zinseszins auf einen nach n Perioden fälligen Geldbetrag K_n (Endwert) auf.

$$\text{Aufzinsungsfaktor: } q^n = (1 + i)^n$$

i = Zinssatz (dezimal)

p = Prozentsatz des Zinses (absolut)

n = Jahre

Der dezimale Zinssatz (i) berechnet sich aus dem Prozentsatz des Zinses (p) folgendermaßen.

$$i = \frac{p}{100}$$

Durch die Aufzinsung wird ermittelt, wie viel ein Geldbetrag mit Zinsen und Zinseszins zu einem späteren Zeitpunkt wert ist.

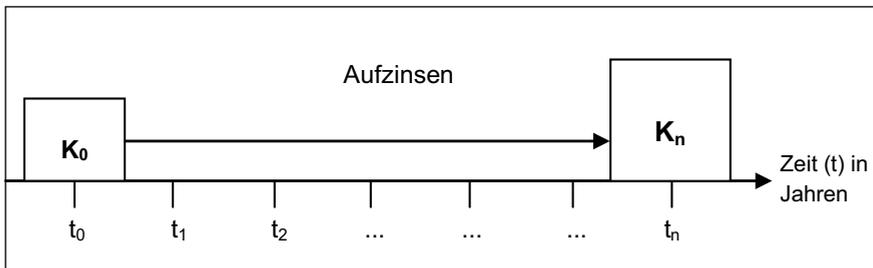


Abb. 10: Aufzinsen einer heutigen einmaligen Zahlung auf den künftigen Zeitpunkt t_n

Der Endwert (K_n) wird mithilfe des Aufzinsungsfaktors folgendermaßen berechnet:

$$\text{Endwert } (K_n) = K_0 \times q^n$$

▶ BEISPIEL: Aufzinsungsfaktor – Endwert aus Barwert berechnen

Sie haben Ihr Geld in Form eines Sparbriefs (K_0) = 10.000 € angelegt. Über welches Endkapital (K_n) verfügen Sie nach 6 Jahren bei einem jährlichen Zinssatz (i) von 5,5 %?

Endwert (K_n) = $K_0 \times q^n = 10.000 \text{ €} \times (1 + 0,055)^6 = 10.000 \text{ €} \times 1,378843 = 13.788,43 \text{ €}$
 Am Ende der Laufzeit werden ihnen 13.788,43 € zurückgezahlt.

1.2 Abzinsungsfaktor

Der Barwert (K_0) wird ermittelt, indem Zahlungen, die zu einem zukünftigen Zeitpunkt erfolgen, auf den heutigen Tag abgezinst werden. Dazu wird der Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor) benötigt. Anders ausgedrückt: Mithilfe des Abzinsungsfaktors zinst man einen nach n Perioden fälligen Geldbetrag K_n unter Berücksichtigung von Zins und Zinseszins ab und erhält damit den Barwert (Gegenwartswert) der in der Zukunft liegenden Zahlung. Man berechnet also, wie viel ein Geldbetrag zu einem früheren Zeitpunkt wert ist.

Der Abzinsungsfaktor wird wie folgt berechnet:

$$\text{Abzinsungsfaktor} = \frac{1}{q^n} = \frac{1}{(1+i)^n}$$

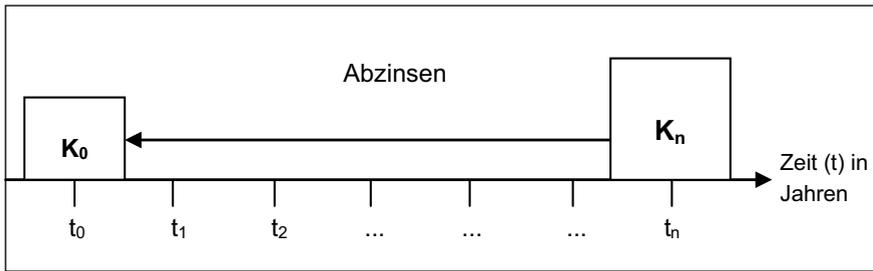


Abb. 11: Abzinsen einer späteren einmaligen Zahlung auf den Zeitpunkt t_0

Der Barwert lässt sich mit folgender Formel ermitteln:

$$K_0 = K_n \times \frac{1}{q^n}$$

BEISPIEL: Abzinsungsfaktor – Barwert aus Endwert berechnen

Ein Teilhaber einer GmbH scheidet in vier Jahren unter der Bedingung aus, dass er 180.000 € ausgezahlt bekommt. Wie groß ist der momentane Ablösungswert (Barwert) dieser Summe bei einem Zinssatz von 6 %?

$$K_0 = 180.000 \text{ €} \times \frac{1}{1,06^4} = 142.576,86 \text{ €}$$

1.3 Rentenbarwertfaktor

Soll der Barwert (K_0) eines Zahlungsstroms mit jährlich gleich hohen Rückflüssen (z) (Annuitäten) berechnet werden, kann der Rentenbarwertfaktor (RBF), auch Diskontierungssummenfaktor genannt, benutzt werden. Zur Berechnung des Barwerts wird die Annuität mit dem Rentenbarwertfaktor (RBF) multipliziert.¹

$$\text{Rentenbarwertfaktor (RBF)} = \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

¹ Schulte, G.: Investition, 1999, S. 84.

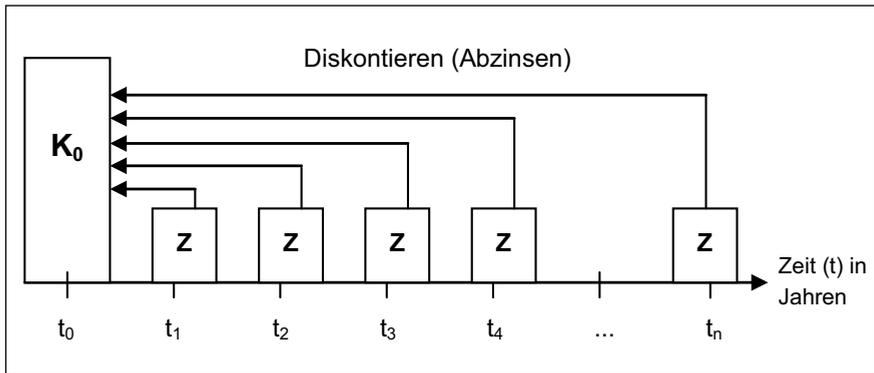


Abb. 12: Abzinsen einer Zahlungsreihe mit dem Rentenbarwertfaktor auf den Zeitpunkt t_0

Der Rentenbarwertfaktor zinst die gleich hohen Zahlungen (z) einer Zahlungsreihe unter Berücksichtigung von Zins und Zinseszins ab und addiert gleichzeitig die Barwerte. Er berechnet den Barwert K_0 einer Zahlungsreihe, bei der über n Jahre und einen gleichbleibenden Zinssatz (i) jeweils zum Jahresende ein im Zeitablauf gleichbleibender Betrag (z) abgezinst wird.

Mit der folgenden Formel kann der Barwert (K_0) bei jährlich gleich hohen Zahlungen berechnet werden:

$$K_0 = z \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

Man unterscheidet zwischen dem nachschüssigen und vorschüssigen Rentenbarwertfaktor. In der Regel wird – so wie bisher auch in diesem Abschnitt – der nachschüssige Barwertfaktor angewandt, da die Zahlungen meist am Ende einer Zinsperiode erfolgen.

Die Formeln zur Berechnung der beiden Rentenbarwertfaktoren:

Nachschüssiger Rentenbarwertfaktor:
$$RBF_{\text{nach}} = \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

Vorschüssiger Rentenbarwertfaktor:
$$RBF_{\text{vor}} = q \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

▶ BEISPIEL: Rentenbarwertfaktor – Barwert aus nachschüssiger Ratenzahlung

Eine jährliche nachschüssige Rente in Höhe von 5.000 € mit einer Restlaufzeit von 15 Jahren soll sofort abgelöst werden. Der Zinssatz (i) beträgt 5 % p. a. Es wird der Barwert (K_0) der Rentenzahlungen mithilfe des Rentenbarwertfaktors berechnet.

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times \frac{1,05^{15} - 1}{1,05^{15} \times 0,05} = 5.000 \text{ €} \times 10,379658 = 51.898,29 \text{ €}$$



BEISPIEL: Rentenbarwertfaktor – Barwert aus nachschüssiger Ratenzahlung und Endwert

Jeweils am Jahresende werden von einem Kredit 5.000 € und am Ende des fünften Jahres zusätzlich 10.000 € zurückbezahlt. Der Kredit wird mit 5 % verzinst. Wie hoch ist der erhaltene Kredit?

$$K_0 = z \frac{q^n - 1}{q^n \times i} + K_n \frac{1}{q^n} =$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times \frac{1,05^5 - 1}{1,05^5 \times 0,05} + 10.000 \text{ €} \times \frac{1}{1,05^5}$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times 4,329477 + 7.835,26 \text{ €} = 29.482,64 \text{ €}$$



BEISPIEL: Rentenbarwertfaktor – Barwert aus vorschüssiger Ratenzahlung und Endwert

Jeweils am Jahresanfang werden von einem Kredit 5.000 € und am Ende des fünften Jahres zusätzlich 10.000 € zurückbezahlt. Der Kredit wird mit 5 % verzinst. Wie hoch ist der erhaltene Kredit?

$$K_0 = z \times q \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i} + K_n \times \frac{1}{q^n} =$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times 1,05 \times \frac{1,05^5 - 1}{1,05^5 \times 0,05} + 10.000 \text{ €} \times \frac{1}{1,05^5}$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times 4,545951 + 7.835,26 \text{ €} = 30.565,01 \text{ €}$$

1.4 Kapitalwiedergewinnungsfaktor

Mithilfe des Kapitalwiedergewinnungsfaktors (KWF), auch Annuitätenfaktor oder Wiedergewinnungsfaktor genannt, ist es möglich, einen heute zur Verfügung stehenden Geldbetrag (K_0) in jährlich gleich hohe Zahlungsbeträge (z) = Annuitäten (z) bei einem gleichbleibenden Zinssatz (i) umzuwandeln. Beim Kapitalwiederge-

winnungsfaktor (KWF) handelt es sich um die Umkehrung des Rentenbarwertfaktors.²

$$\text{Kapitalwiedergewinnungsfaktor (KWF)} = \frac{q^n \times i}{q^n - 1}$$

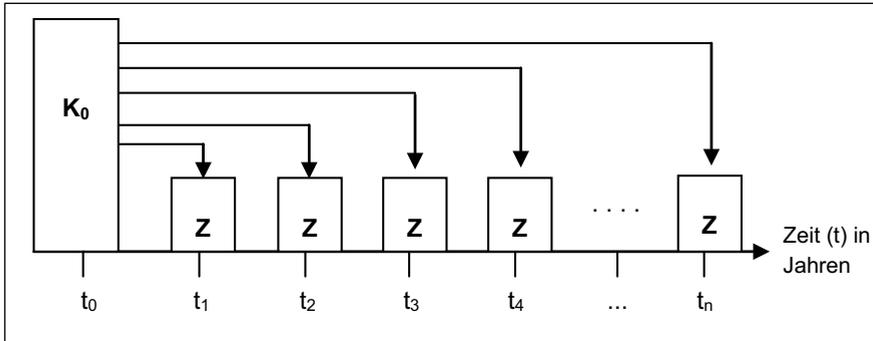


Abb. 13: Gleichmäßige Verteilung eines heute zur Verfügung stehenden Betrags auf künftige Perioden

Die Annuität (z) wird mit folgender Formel berechnet:

$$\text{Annuität (z)} = K_0 \times \frac{q^n \times i}{q^n - 1}$$

▶ **BEISPIEL: Kapitalwiedergewinnungsfaktor – Annuität aus Barwert**

Ein Darlehen in Höhe von 150.000 € soll bei einem Zinssatz in Höhe von 5 % in 15 Jahren zurückgezahlt sein. Wie hoch ist die jährliche Annuität (Zinsen und Tilgung)?

Berechnung der Annuität (z):

$$\text{Annuität (z)} = 150.000 \text{ €} \times \frac{1,05^{15} \times 0,05}{1,05^{15} - 1}$$

$$\text{Annuität (z)} = 150.000 \text{ €} \times 0,0963423 = 14.451,34 \text{ €}$$

▶ **BEISPIEL: Kapitalwiedergewinnungsfaktor – Annuität als nachschüssige Zahlung aus Barwert und Endwert**

Ein Darlehen in Höhe von 150.000 €, das jährlich mit 6 % verzinst wird, hat nach fünf Jahren einen Restwert von 30.000 €. Wie hoch ist die jeweils am Jahresende zu zahlende Annuität (Zinsen und Tilgung)?

Berechnung der Annuität:

² Schulte, G.: Investition, 1999, S. 85.

$$\text{Annuität (z)} = (K_0 - K_n) \times \frac{q^n \times i}{q^n - 1} + K_n \times i$$

$$\text{Annuität (z)} = (150.000 \text{ €} - 30.000 \text{ €}) \times \frac{1,06^5 \times 0,06}{1,06^5 - 1} + 30.000 \text{ €} \times 0,06$$

$$\text{Annuität (z)} = 120.000 \text{ €} \times 0,237396 + 1.800 \text{ €} = 30.287,57 \text{ €}$$



BEISPIEL: Kapitalwiedergewinnungsfaktor – Annuität als vorschüssige Zahlung aus Barwert und Endwert

Ein Darlehen in Höhe von 150.000 €, das mit 6 % p. a. verzinst wird, hat nach fünf Jahren einen Restwert von 30.000 €. Wie hoch ist die jeweils am Jahresanfang zu zahlende Annuität (Zinsen und Tilgung)?

Berechnung der Annuität:

$$\text{Annuität (z)} = (K_0 - K_n) \times \frac{1}{q} \times \frac{q^n \times i}{q^n - 1} + K_n \times \frac{i}{q}$$

$$\text{Annuität (z)} = (150.000 \text{ €} - 30.000 \text{ €}) \times \frac{1}{1,06} \times \frac{1,06^5 \times 0,06}{1,06^5 - 1} + 30.000 \text{ €} \times \frac{0,06}{1,06}$$

$$\text{Annuität (z)} = 120.000 \text{ €} \times 0,223959 + 1.698,11 \text{ €} = 28.573,17 \text{ €}$$

1.5 Endwertfaktor

Mithilfe des Endwertfaktors (EWF) ist es möglich, das Endkapital einer Rente mit periodisch gleichen Raten zu berechnen. Werden über mehrere Jahre die Einzahlungen in gleicher Höhe zum selben Zeitpunkt getätigt, so verzinsen sich diese Einzahlungen über unterschiedlich lange Zeiträume.

Man unterscheidet zwischen vor- und nachschüssigen Renten. Bei einer vorschüssigen Rente erfolgt die Zahlung am Anfang des Jahres, der Endbetrag wird am Ende des letzten Jahres berechnet. Bei einer nachschüssigen Rente erfolgt die Zahlung am Ende des Jahres.³

$$\text{Endwertfaktor} = \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{q^n - 1}{i}$$

³ Schulte, G.: Investition, 1999, S. 83.

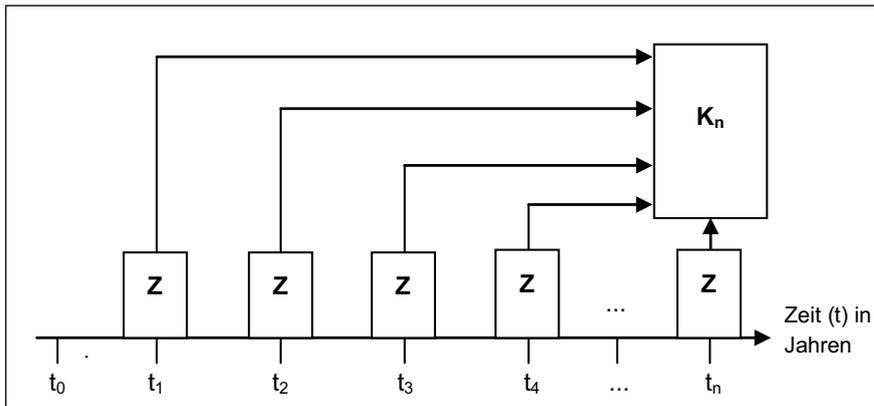


Abb. 14: Aufzinsen und Summieren einer Zahlungsreihe

Der nachschüssige Endwertfaktor (EWF) ermöglicht die Ermittlung des Endwertes K_n einer Zahlungsreihe (z), bei der für die Dauer von n Jahren und einem Zinssatz (i) jeweils am Jahresende derselbe Betrag (z) anfällt:

$$\text{Endwert } (K_n) = z \times \frac{q^n - 1}{i}$$

Die Formel zur Berechnung des vorschüssigen Endwertfaktors wird verwendet, wenn die Annuität jeweils am Jahresanfang bezahlt wird:

$$\text{Endwert } (K_n) = z \times q \times \frac{q^n - 1}{i}$$



BEISPIEL: Endwertfaktor – Endwert aus nachschüssiger Ratenzahlung

Der Vater von Student Peter Lustig zahlt immer am Ende eines Jahres 1.000 € auf das Sparkonto von Peter ein, d. h. die Zahlungen erfolgen nachschüssig. Die Sparkasse zahlt ihm jährlich 7 % Zinsen. Welcher Gesamtbetrag steht ihm am Ende des zehnten Jahres zur Verfügung?

$$\text{Endwert } (K_n) = 1.000 \text{ €} \times \frac{1,07^{10} - 1}{0,07} = 1.000 \text{ €} \times 13,816448 = 13.816,45 \text{ €}$$



BEISPIEL: Endwertfaktor – Endwert aus Barwert und nachschüssiger Ratenzahlung

Auf einem Ratensparvertrag werden 2.000 € sofort am 01.01.01 einbezahlt und jeweils zum Jahresende weitere 300 €. Wie viel Kapital befindet sich nach vier Jahren bei 6 % Verzinsung auf dem Ratensparvertrag?

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.000 \text{ €} \times 1,06^4 + 300 \text{ €} \times \frac{1,06^4 - 1}{0,06}$$

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.524,95 \text{ €} + 300 \text{ €} \times 4,374616 = 3.837,33 \text{ €}$$



BEISPIEL: Endwertfaktor – Endwert aus Barwert und vorschüssiger Ratenzahlung

Auf einem Ratensparvertrag werden 2.000 € sofort am 01.01.01 einbezahlt und jeweils zum Jahresanfang 300 €. Wie viel Kapital befindet sich nach vier Jahren bei 6 % Verzinsung auf dem Ratensparvertrag?

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.000 \text{ €} \times 1,06^4 + 300 \text{ €} \times 1,06 \times \frac{1,06^4 - 1}{0,06}$$

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.524,95 \text{ €} + 300 \text{ €} \times 1,06 \times 4,374616 = 3.916,08 \text{ €}$$

1.6 Restwertverteilungsfaktor (RVF)

Der Restwertverteilungsfaktor, auch Tilgungs- oder Rückwärtsverteilungsfaktor genannt, ermöglicht die Umrechnung eines zu einem späteren Zeitpunkt (n) fälligen Betrags (K_n) in einen davor liegenden Zahlungsstrom mit jährlich gleich hohen nachschüssigen Zahlungsbeträgen (Annuitäten), die jeweils am Ende jeder Periode (Jahr) geleistet werden⁴. Die Zahlungsreihe läuft über n Jahre bei einem Zinssatz (i).

$$\text{Restwertverteilungsfaktor} = \frac{q-1}{q^n-1} = \frac{i}{q^n-1}$$

⁴ Schulte, G.: Investition, 1999, S. 86.

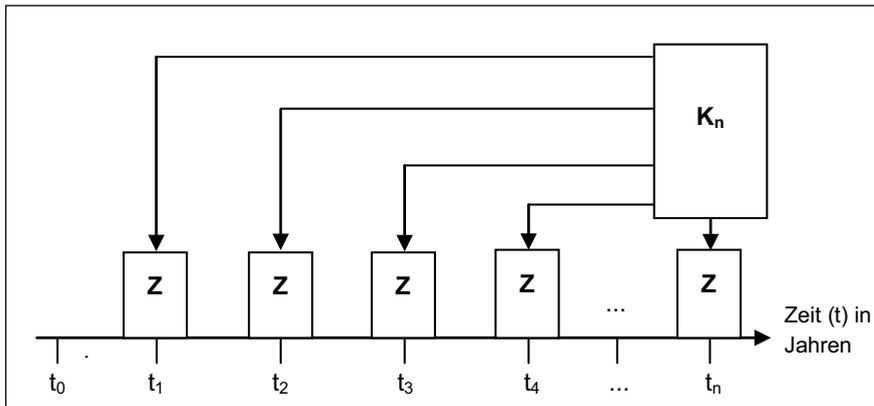


Abb. 15: Gleichmäßige Verteilung eines später zur Verfügung stehenden Betrags

Die Annuität wird bei einem vorgegebenen Endwert mithilfe des Restwertverteilungsfaktors folgendermaßen ermittelt:

$$\text{Annuität (z)} = K_n \times \frac{i}{q^n - 1}$$



BEISPIEL: Restwertverteilungsfaktor – Annuität aus Endwert

Die Studentin Andrea Reich beendet in wenigen Wochen erfolgreich ihr Bachelor-Studium. Zu ihrer Entspannung und Motivation überlegt sie, wie hoch Ihr Nettojahresgehalt sein müsste, damit sie in fünfzehn Jahren Millionärin ist. Da sie kostenlos bei ihren Eltern wohnt und von diesen unterstützt wird, könnte Andrea ihr gesamtes Gehalt sparen. Eine internationale Bank zahlt ihr jährlich 7 % Zinsen.

Nettojahresgehalt = Endwert \times RVF_(n=15, i=0,07)

$$\text{Erforderliches Nettojahresgehalt} = 1.000.000 \text{ €} \times \frac{0,07}{1,07^{15} - 1} = 39.794,62 \text{ € / Jahr}$$

2 Zinsrechnung

Legt beispielsweise ein Sparer für einen begrenzten Zeitraum (z. B. drei Jahre) 10.000 € bei seiner Bank an, erhält er dafür Zinsen. Zur Berechnung der Zinsen wird zwischen der einfachen Verzinsung und der Verzinsung mit Zinseszinsen unterschieden. Für beide Verzinsungsformen gilt: Je länger das Geld angelegt wird, desto höher fallen die Zinszahlungen aus.

2.1 Einfache Verzinsung

Bei der einfachen Verzinsung nimmt der auf das Kapital entfallende Zins nicht an der weiteren Verzinsung teil, sondern er wird dem Kapital erst am Ende der Kapitalüberlassung zugeschlagen. Die einfache Verzinsung wird auch lineare Verzinsung genannt, da das Gesamtkapital (eingesetztes Kapital + Zins) linear wächst.

Die Formel für die einfache Verzinsung lautet:

$$K_n = K_0 + Z_n = K_0 + K_0 \times i \times n$$

Für die Zinsrechnung werden die folgenden Abkürzungen benutzt.

K_0	= eingesetztes Kapital, Anfangskapital
K_n	= Endkapital
i	= Zinssatz (dezimal)
Z_n	= erzielte Zinsen
n	= Anzahl der Jahre

Zur Erinnerung: Der dezimale Zinssatz (i) lässt sich aus dem Prozentsatz des Zinses (p) folgendermaßen berechnen:

$$i = \frac{p}{100}$$



BEISPIEL: Lineare einfache Verzinsung

Ein Investor legt 10.000 € bei einem Zinssatz von 3,5 % an. Wie viel Guthaben hat er nach drei Jahren bei einer einfachen Verzinsung?

Berechnung des Endwertes:

$$\text{Endwert } (K_n) = 10.000 \text{ €} + (10.000 \text{ €} \times 0,035 \times 3) = 11.050 \text{ €}$$

2.1.1 Berechnungen der Zinsen bei unterjährigem Zinsperioden

Bei der Berechnung der Zinsen wird zwischen Jahreszinsen, Monatszinsen und Tageszinsen unterschieden. Es werden gemäß der AIBD/ISMA-Verfahren⁵ 30 Zinstage pro Monat und 360 Zinstage pro Jahr unterstellt.

- Jahreszinsen = die in t Jahren aufgelaufenen Zinsen

$$\text{Jahreszinsen} = Z_t = \frac{K_0 \times p \times t}{100} = K_0 \times i \times t$$

- Monatszinsen = die in t Monaten aufgelaufenen Zinsen

$$\text{Monatzinsen} = Z_t = \frac{K_0 \times p \times t}{100 \times 12} = \frac{K_0 \times i \times t}{12}$$

- Tageszinsen = die für t Tage aufgelaufenen Zinsen

$$\text{Tageszinsen} = Z_t = \frac{K_0 \times p \times t}{100 \times 360} = \frac{K_0 \times i \times t}{360}$$

p = Prozentsatz des Zinses (absoluter Betrag)

t = Verzinsungszeitraum



BEISPIEL: Zinsberechnung bei einfacher Verzinsung

Ein Investor legt bei seiner Bank vom 20.01. bis zum 29.06. (desselben Jahres) 50.000 € an. Der Zinssatz $i = 0,06 = 6\%$ p. a.

Zunächst ist die Laufzeit (n) zu berechnen. Das Jahr hat – wie bereits erwähnt – aus Vereinfachungsgründen 360 Tage, d. h., die Monate werden jeweils mit 30 Tagen berechnet.

$$\text{Laufzeit (n)} = 10 + (4 \times 30) + 29 = 159 \text{ Tage}$$

Als Nächstes werden die Zinsen ermittelt.

$$\text{Zinsen (Z}_n) = K_0 \times i \times t = 50.000 \text{ €} \times 0,06 \times \frac{159}{360} = 1.325,00 \text{ €}$$

2.1.2 Berechnungen der Zinssätze

Sie können den Jahreszinssatz aus den Jahres-, Monats- oder Tageszinsen berechnen. Je nach zugrunde gelegtem Zins gilt eine der folgenden Formeln:

⁵ Effektivzinsberechnungsmethoden: AIBD (Association of International Bond Dealers) und ISMA (International Securities Market Association)

$$\text{Jahreszinssatz} = \frac{\text{erzielte Zinsen}}{\text{Kapital} \times \text{Anzahl der Jahre}} \times 100$$

$$\text{Jahreszinssatz bei Monatszinsen} = \frac{\text{erzielte Zinsen (in einem Monat)} \times 12}{\text{Kapital} \times \text{Anzahl der Jahre}} \times 100$$

$$\text{Jahreszinssatz bei Tageszinsen} = \frac{\text{erzielte Zinsen (an einem Tag)} \times 360}{\text{Kapital} \times \text{Anzahl der Jahre}} \times 100$$

Die obigen Formeln können angewendet werden, wenn in dem betrachteten Zeitraum keine weitere Verzinsung stattfindet.

2.2 Verzinsung mit Zinseszinsen

Bei der Zinseszinsrechnung werden die zu Beginn oder am Ende eines Jahres (Periode) fälligen Zinsen dem Kapital zugeschlagen und vom Fälligkeitszeitpunkt an mitverzinst („Zinsen auf Zinsen“). Das Kapital wächst nun nicht mehr linear, sondern exponentiell.

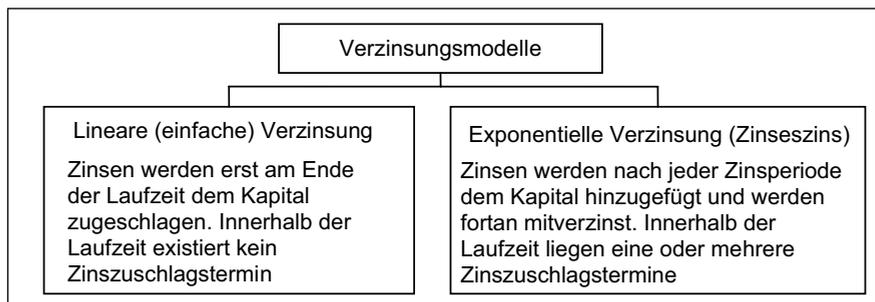


Abb. 16: Verzinsungsmodelle

Bei nachschüssigen Zinseszinsen wächst ein Anfangskapital K_0 bei einem Zinssatz (i) nach n Jahren auf das Endkapital (K_n) wie folgt an:

$$K_n = K_0 \times (1 + i)^n$$

2.2.1 Zweizahlungsfall

Der Zweizahlungsfall ist ein Zahlungsvorgang, der lediglich aus zwei Zahlungen mit unterschiedlichen Vorzeichen besteht. Die einfachste vorstellbare Investition besteht aus einer jetzigen Auszahlung und einer späteren Einzahlung. Entsprechend besteht die einfachste vorstellbare Finanzierung aus einer gegenwärtigen Einzahlung und einer späteren Auszahlung.

Den Jahreszinssatz i kann man beim Zweizahlungsfall nach folgender Formel (Zweizahlungsformel) berechnen:

$$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$



BEISPIEL: Zinseszinsrechnung – Zweizahlungsfall

Ein Investor legt beispielsweise 10.000 € für drei Jahre für 3,5 % an. Welchen Betrag (Endwert (K_n)) erhält der Investor nach drei Jahren?

Der Endwert der Kapitalanlage berechnet sich wie folgt:

$$K_n = K_0 \times (1+i)^n = 10.000 \text{ €} \times (1+0,035)^3 = 11.087,18 \text{ €}$$

Ein Investor legt 10.000 € an und erhält nach drei Jahren 11.087,18 €. Wie hoch ist der Jahreszinssatz (i)?

Der Jahreszins (i) wird wie folgt berechnet:

$$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{11.087,18}{10.000,00}} - 1 = 0,035 = 3,5 \%$$

Vergleicht man das Ergebnis des vorherigen Beispiels zur einfachen Verzinsung ($K_n = 11.050 \text{ €}$) mit dem Ergebnis der Zinseszinsrechnung ($K_n = 11.087,18 \text{ €}$) lässt sich deutlich erkennen, dass bei sonst gleichbleibenden Daten mit der einfachen Verzinsung ein kleineres Endkapital (K_n) erzielt wird. Der Unterschied in den Werten für K_n bei einfacher (linearer) Verzinsung und Verzinsung mit Zinseszins (exponentiell) wird umso größer, je größer der Zins (i) und die Laufzeit (n) sind.

Wenn man nur eine Periode ($n = 1$) betrachtet, kommen einfacher Zins und Zinseszinsrechnung zum selben Ergebnis. Aber schon nach zwei Perioden weichen die Ergebnisse voneinander ab.

Laufzeit (n) in Jahren	Kapital K_n bei einfacher Verzinsung	Kapital K_n bei Verzinsung mit Zinseszinsen
	$10.000 \text{ €} \times (1 + 0,035 \times n)$	$10.000 \text{ €} \times (1 + 0,035)^n$
0	10.000 €	10.000,00 €
1	10.350 €	10.350,00 €
2	10.700 €	10.712,25 €
3	11.050 €	11.087,18 €
10	13.500 €	14.105,99 €
20	17.000 €	19.897,89 €
50	27.500 €	55.849,27 €

2.3 Unterjährige Verzinsung

Gewöhnlich erfolgt eine Zinszahlung einmal jährlich meistens zum Jahresende. Es gibt aber auch die Möglichkeit (z. B. bei Tagesgeldkonten) dass die Zinsen mehrmals pro Jahr gutgeschrieben werden. Die Zinsen werden beispielsweise pro Quartal oder sogar monatlich gutgeschrieben und fortan mitverzinst. In diesen Fällen spricht man von unterjähriger Verzinsung. Durch die unterjährige Verzinsung wächst das angelegte Kapital schneller an, was auch als unterjähriger Zinseszins-effekt bezeichnet wird.

Auch hier kann zwischen einfacher unterjähriger Verzinsung und unterjähriger Verzinsung mit Zinseszinsen unterschieden werden.

2.3.1 Einfache unterjährige Verzinsung

Die Laufzeit der Zinsen wird in Tagen oder Monaten angegeben, wobei, wie bereits beschrieben, grundsätzlich gilt, ein Jahr hat 360 Tage und ein Monat hat 30 Tage. Das Endkapital (K_n) lässt sich wie folgt berechnen:

$$K_n = K_0 \times \left(1 + i \times \frac{t}{360} \right)$$



BEISPIEL: Einfache unterjährige Verzinsung

Welches Endkapital (K_n) erhält ein Investor nach 81 Tagen, wenn er 10.000 € zu einem Jahreszins von 3,5 % und einfacher Verzinsung anlegt?

$$K_n = 10.000 \text{ €} \times (1 + 0,035 \times 81/360) = 10.078,75 \text{ €}$$

2.3.2 Unterjährige Verzinsung mit Zinseszins

Bei der unterjährigen Zinseszinsrechnung wird das Jahr in „m“ Zinsperioden unterteilt, an deren Ende jeweils Zinsen fällig sind, die dem Kapital gutgeschrieben und in der nächsten Periode mitverzinst werden.



BEISPIEL: Unterjährige Verzinsung

Legt ein Sparer z. B. 10.000 € Festgeld zu 3,5 % halbjährlichem Zinseszins an ($m = 2$), so bekommt er nach Ablauf von 6 Monaten 350 € Zinsen ausgezahlt. Zu Beginn des zweiten Halbjahrs, also der zweiten Zinsperiode, steht ihm ein Kapital von 10.350 € zur Verfügung. Für dieses Kapital erhält der Sparer nach Ablauf von weiteren 6 Monaten 362,25 € Zinsen, sodass sein Kapital nach einem Jahr auf 10.712,25 € angewachsen ist.

Hat ein Jahr m unterjährige Zinsperioden, so kann der Zinssatz pro Zinsperiode wie folgt ermittelt werden:

$$i_{\text{rel}} = \frac{i_{\text{nom}}}{m}$$

- i_{nom} = nomineller Jahreszinssatz (i_{nom})⁶
- m = Anzahl der unterjährigen Perioden pro Jahr
- i_{rel} = relativer unterjähriger Periodenzinssatz

Der relative unterjährige Periodenzinssatz i_{rel} berechnet sich, wie aus der Formel oben hervorgeht, aus dem nominalen Jahreszinssatz i_{nom} , indem man ihn durch m , d. h. die Anzahl der Zinsperioden pro Jahr, teilt. Erfolgt die Zinszahlung vierteljährlich und der Jahreszins beträgt beispielsweise 2 %, dann lässt sich der Periodenzins wie folgt ermitteln:

$$i_{\text{rel}} = \frac{0,02}{4} = 0,005 \times 100 = 0,5 \%$$

Zwischen dem nominalen Jahreszinssatz i_{nom} und dem relativen unterjährigen Zinssatz i_{rel} bestehen also die folgenden Beziehungen:

$$i_{\text{rel}} = \frac{i_{\text{nom}}}{m} \quad \text{bzw.} \quad i_{\text{nom}} = m \times i_{\text{rel}}$$

⁶ $i = \frac{p}{100}$

Ein n Jahre angelegtes Anfangskapital K_0 wird unterjährig verzinst. Der nominale Jahreszinssatz i_{nom} liegt vor, ferner wird von einem m -maligen unterjährigen Zinszuschlag zum relativen Periodenzins ausgegangen.

Der Endwert K_n berechnet sich dann nach der folgenden Formel:

$$K_n = K_0 \times \left(1 + \frac{i_{\text{nom}}}{m}\right)^{m \times n}$$



BEISPIEL: Unterjährige Verzinsung mit Zinseszins

Ein Unternehmen legt 50.000 € über fünf Jahre festverzinslich an. Die Geldanlage wird mit einem Jahreszinssatz (i_{nom}) von 2 % verzinst. Die Zinsen werden viermal jährlich zum Quartalsende ausgezahlt und wiederum zu 2 % p. a. angelegt mit einer ebenfalls vierteljährlichen Zinszahlung. Wie hoch ist der Kapitalbetrag, der dem Unternehmen nach 5 Jahren zur Verfügung steht?

$$K_0 = 50.000 \text{ €}$$

$$i_{\text{nom}} = 0,02 = 2,0 \%$$

$$i_{\text{rel}} = 0,005 = 0,5 \%$$

$$m = 4 \text{ Quartale pro Jahr}$$

$$n = 5 \text{ Jahre}$$

$$K_n = 50.000 \text{ €} \times (1 + 0,005)^{4 \times 5} = 50.000 \text{ €} \times 1,1048956 = 55.244,78 \text{ €}$$

Wie würde das Ergebnis aussehen, wenn die festverzinsliche Anlage nur einmal jährlich verzinst würde? Welches Endkapital würde sich dann für das Unternehmen ergeben?

$$K_n = 50.000 \text{ €} \times (1 + 0,02)^5 = 50.000 \text{ €} \times 1,1040808 = 55.204,04$$

Vergleicht man diesen Betrag mit dem Ergebnis der unterjährigen Verzinsung, so stellt man fest, dass durch die Erhöhung der Zahl der Zinsperioden pro Jahr das Endkapital größer wird.

2.3.3 Unterjährige Teilzahlungen in eine Geldanlage mit Zinseszins

Erfolgen Zahlungen in eine Geldanlage unterjährig, also beispielsweise monatlich, mit einer jährlichen Verzinsung, so sind die monatlichen Zahlungen in eine Zahlung zum Jahresende, d. h. in eine „Ersatzrate“ umzurechnen. Hierfür können die folgenden Formeln verwendet werden:

Die Ersatzrate bei „ m “ vorschüssigen unterjährigen Zahlungen der Höhe z wird wie folgt berechnet: